МИНИСТЕРСТВО ВНУТРЕННИХ ДЕЛ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ВОЛГОГРАДСКАЯ АКАДЕМИЯ

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ В КРИМИНАЛИСТИЧЕСКОЙ ЭКСПЕРТИЗЕ

Курс лекций

Волгоград 2004

ББК 67.629.4
М 34

Одобрено
редакционно-издательским советом
Волгоградской академии МВД России

Математические методы в криминалистической экспертизе:
М 34 Курс лекций. — Волгоград: ВА МВД России, 2004. — 124 с., 400 экз.

ISBN 5-7899-0320-7

Курс лекций раскрывает современный уровень развития и применения математических методов в криминалистической и экспертной практике. Даны процессуальные и организационно-методические основы применения математического аппарата как одного из способов получения объективной информации при фиксации и исследовании доказательственной информации в ходе следственных действий, а также при проведении экспертных исследований. Подробно изложены особенности применения математических методов.

Курс лекций рассчитан на курсантов высших и средних учебных заведений экспертного профиля, а также сотрудников экспертно-криминалистических подразделений органов внутренних дел.

ББК 67.629.4

Авторы:
Введение — *Курин А. А;*
Лекция 1 — *Колотушкин С. М.;*
Лекция 2 — *Курин А. А.;*
Лекция 3 — *Булгаков В. Г.;*
Лекция 4 — *Кочубей А. В.;*
Лекция 5 — *Путивка С. Н., Курин А. А.*

Рецензенты: *И. В. Запороцкова, С. И. Коновалов.*

ISBN 5-7899-0320-7

ВВЕДЕНИЕ

Математика является наукой о пространственных формах и количественных отношениях свойств объектов материального мира и имеет важное значение для различных областей научного исследования и практической деятельности. Свойства и состояние объектов познания в достаточной степени могут быть охарактеризованы при помощи количественных показателей. Оперируя количественными характеристиками, можно получить объективные и точные данные об исследуемом объекте, а также разработать рациональные практические рекомендации по планированию экспертных исследований и обработке эмпирической информации.

Во многих разделах криминалистики и судебной экспертизы математические методы нашли широкое применение, что свидетельствует о высоком уровне развития данных наук. Благодаря применению математического аппарата фиксация и исследование объектов криминалистических экспертиз производится на строго научной основе. Накопление, систематизация и анализ подобной информации значительно повышают эффективность раскрытия и расследования преступлений.

Многолетний опыт применения математических методов в судебной экспертизе был реализован в настоящем курсе лекций. Отличительной его особенностью является системное планирование лекционных и практических занятий, направленное на формирование профессиональных навыков, а также развитие рефлексивного и аналитического мышления. При разработке лекционного курса применялся метод ситуативного моделирования практических экспертных задач, который предполагает рассмотрение результатов применения математических методов для их решения.

Целью изучения курса «Математические методы в криминалистической экспертизе» является выработка у юристов профессиональных качеств: умения анализировать сложные ситуации и делать правильные умозаключения, формировать целостное логическое мышление путем синтеза общей логической культуры и методов формальной математической логики.

При подготовке данного курса лекций были использованы работы следующих авторов: Г. Л. Грановского, Г. Ф. Коимшиди, Ю. С. Рогозина, Н. А. Селиванова, В. Ф. Щербатова, В. А. Ярмака, В. Г. Бобырева и других.

ЛЕКЦИЯ 1

ПРАВОВЫЕ И ОРГАНИЗАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ В КРИМИНАЛИСТИЧЕСКОЙ ЭКСПЕРТИЗЕ

1. Общие положения по использованию математических методов в криминалистике

При проведении криминалистических экспертных исследований решается широкий спектр задач, но все они сводятся к двум основным: идентификационным и неидентификационным (классификационным, диагностическим, ситуационным и т. д.). Математические методы направлены преимущественно на решение идентификационных задач и проведение идентификационных криминалистических исследований, опираясь на научную базу. В процессе отождествления криминалистических объектов идентификационные признаки в своей совокупности рассматриваются применительно к форме, размерам, положению и их взаиморасположению и позволяют индивидуализировать объект исследования. Перечисленные выше геометрические параметры любого признака объекта самым тесным образом связаны с их количественной характеристикой. Данные аспекты описания и сопоставления признаков получают законченное выражение лишь при условии введения в исследовательскую часть экспертизы точных численных значений и математических зависимостей.

В результате применения математических методов описание общих и частных признаков объекта исследования становится более конкретным и точным. Так, представление о геометрических параметрах и положении имеющейся на подошве обуви детали дугообразной формы можно получить путем указания ее радиуса и расстояния до опорных точек. По этой причине данный подход широко применяется при описании положения и взаиморасположения признаков исследуемого объекта.

Математические методы описания, фиксации и исследования применимы ко всем без исключения объектам криминалистического исследования, которые являются вещественными доказательствами: следам рук, ног, зубов человека, следам обуви и транспортных средств, орудиям взлома, холодному, огнестрельному оружию и следам их применения, документам.

Производство различного рода вычислений в криминалистике и интерпретация полученных результатов связаны с использованием данных целого ряда математических дисциплин, включая алгебру, аналитическую и проекционную геометрию, методы математического анализа и математической статистики и т. д.

Так, при проведении расчетов, особенно в судебной измерительной фотографии, баллистике и трасологии, широко используются размерные зависимости между сторонами прямоугольного треугольника, нашедшие отражение в теореме Пифагора. Довольно часто в решении практических криминалистических задач используется тригонометрия, представляющая собой учение об отношениях между сторонами и углами треугольника. Многие важные для расследования вопросы выясняются с помощью тригонометрических функций острого угла. Последние применяются, например, в судебной баллистике при расчетах, производимых для определения точного места нахождения стрелявшего, определения скорости полета пули, в трасологии — для установления ширины клинка холодного оружия по величине раневого канала.

Практический интерес представляет применение изучаемых алгеброй правил комбинаторики с целью определения числа возможных перестановок или сочетаний совокупности объектов. Важное значение в экспертной практике имеет использование методов планирования, особенно при проведении экспертного эксперимента, которые позволяют определить количество необходимых повторений для получения достоверного результата заданной степени точности. Использование логарифмических зависимостей, в частности, десятичных логарифмов, значительно упрощает определение частоты встречаемости идентификационных признаков и расчет индивидуализирующих комплексов.

Для объективной оценки значимости идентификационных признаков в криминалистических исследованиях применяется вероятностно-статистический метод. Его внедрение в исследование вещественных доказательств, и прежде всего в судебное почерковедение, дактилоскопию и портретную идентификацию, связано с использованием математического аппарата теории вероятности. Методы математической статистики позволяют установить частоту встречаемости признака, идентификационную значимость совокупности присущих объекту признаков.

Аппарат аналитической геометрии, которая представляет собой сочетание элементарной алгебры и геометрии, также нашел широкое применение в практической криминалистике. Если геометрия оперирует графической информацией и геометрическими параметрами (линейные размеры, угловые величины), то аналитическая геометрия рассматривает объект как сочетание координат (прямоугольных, полярных), определяющих положение каждой его точки на плоскости или в пространстве. Для описания какой-либо точки применяется система координат, образуемая взаимным пересечением горизонтальной (ось абсцисс) и вертикальной (ось ординат) линий. Таким образом, точка обозначается парой чисел. Данная пара чисел получила название координат точки. Например, в спектрофотометрическом анализе цветность объекта характеризуется, во-первых, количеством отраженного от поверхности объекта света (его яркостью), а во-вторых, спектральным составом отраженного от поверхности объекта света или длиной волны. Таким образом, положение каждой точки в данной системе определяется двумя координатами.

Зависимость между определенными величинами, обозначенными в координатной системе, может быть изображена графически при помощи линии, соединяющей одноименные точки. Примером может служить график пропускания или поглощения света объектом криминалистического исследования (красителем штриха документа, окраской текстильной ткани и т. п.).

В криминалистике используются также математические выражения закономерностей, изучаемых физикой. В частности, иногда применяются уравнения движения и энергии. Например, применительно к линейному движению с переменной скоростью учитываются следующие величины: расстояние, время движения, начальная скорость, конечная скорость и ускорение. При расследовании дорожно-транспортных происшествий нередко приходится производить вычисления, основанные на применении функциональной зависимости между скоростью движения автомашины, длиной следа и временем торможения, а также другими факторами. Возможны случаи, когда для установления истины по делу производят вычисление кинетической энергии, развиваемой телом, падающим с определенной высоты, а также времени падения тела. В этих расчетах используется зависимость между кинетической энергией, весом тела, высотой падения и ускорением свободного падения.

В математических расчетах, производимых в криминалистических целях, оперируют как абсолютными, так и относительными величинами. Примером относительной величины может служить дробное обозначение частоты встречаемости определенного идентификационного признака (например, признака почерка), показывающее, сколько раз этот признак встречается в той или иной массе однородных объектов.

При проведении криминалистических исследований применяются различные виды зависимостей. Примером прямой зависимости может служить зависимость между дистанцией, которую проходит падающий предмет, и временем падения; в качестве обратной — зависимость между скоростью и временем движения: чем больше скорость, тем меньше времени необходимо затратить на прохождение определенного пути.

Несомненно, что в процессе дальнейшего развития криминалистической техники, методов исследования математический аппарат и система методов будут последовательно обогащаться. Роль математики в системе методов фиксации и исследования вещественных доказательств станет неизмеримо более значимой, чем в настоящее время.

2. История применения математических методов в криминалистической деятельности

История применения математических методов в различных отраслях науки ведет отсчет со времен становления астрономии, физики, химии и упоминается уже в работах Леонардо да Винчи. Возможность применения математических методов в экспертной практике была высказана еще А. Бертильоном, который считал, что судебная экспертиза (почерка) только тогда станет научной, когда на вопрос, содержащий задачу идентификации, можно дать ответ. Нет вероятности, чтобы это письмо, охарактеризованное такими-то и такими-то особенностями, встретилось более чем один раз на сто, тысячу, десять тысяч, миллион субъектов одной и той же социальной категории.

Нетрудно заметить, что в данной концепции просматриваются идеи вероятностного подхода к оценке признаков почерка в их совокупности, которые были разработаны в дальнейшем. Среди зарубежных ученых можно выделить американского криминалиста А. Осборна, разделявшего идею А. Бертильона о возможности и необходимости количественной оценки частоты встречаемости признаков почерка; немецкого криминалиста Б. Мюллера, который в 1939 г. провел экспериментальные исследования по количественной оценке идентификационной значимости некоторых признаков почерка; американского криминалиста С. Смита, предложившего метод, названный им «плюс — ноль — минус факторов», в основе которого лежат измерение и сравнение величины и угла наклона элементов букв, а также других признаков почерка.

Применительно к методу измерений особо следует выделить французского криминалиста Э. Локара — автора так называемого графометрического метода почерковедческой экспертизы. Сущность метода состоит в измерении и представлении в виде статистических кривых не менее 27 качественных признаков почерка, которые, по мнению эксперта, в данной рукописи являются наиболее устойчивыми. Это была, по существу, первая попытка статистической обработки признаков почерка. Однако недостатком метода Э. Локара является отсутствие идентификационных оценочных критериев. Именно по этой причине он не получил широкого признания и в экспертной практике использовался как вспомогательный прием.

Первые реальные достижения в плане разработки количественного идентификационного критерия принадлежат французскому криминалисту Бальтазару, который разработал его применительно к дактилоскопической идентификации. Бальтазар рассчитал, что для безошибочной идентификации человека по следам пальцев его рук необходимо выделять не менее 17 признаков. При этом совпадение 12 из них считалось надежной гарантией, количественным критерием тождества. Данное положение учитывалось при разработке новых подходов к определению указанного критерия и подвергалось изменениям. Однако идея использования математического аппарата позволяет оптимизировать и получить научно обоснованные выводы.

В этой связи выдающийся русский криминалист Е. Ф. Буринский в 1903 г. писал: «Почерковедение имеет все данные, чтобы сделаться точной наукой, потому что материал, которым она оперирует, поддается измерению, а исследуемые ею явления — правильному наблюдению и эксперименту... Измерения и математика откроют нам постоянные законы и поставят эту отрасль знания в ряд точных наук»[1].

---

[1] *Буринский Е. Ф.* Судебная экспертиза документов. СПб., 1903. С. 179.

Работы отечественных и зарубежных криминалистов полностью подтвердили прогноз Е. Ф. Буринского не только применительно к почерковедению, но и к другим областям криминалистического исследования, к криминалистике как науке в целом.

Фундаментальные работы по использованию математических методов в отечественной криминалистике начались в начале 50-х годов прошлого столетия.

Первым серьезным шагом в этом направлении было издание в 1952 г. пособия по графической (почерковедческой) экспертизе, в котором были обоснованы необходимость и возможность использования объективных характеристик признаков почерка, в частности, определение частоты встречаемости отдельных признаков, а для определения индивидуального комплекса признаков — использование теории вероятностей. К 1959 г. был накоплен опыт производства экспертиз с использованием указанных критериев оценки признаков, а также обоснования применимости математических, в том числе вероятностно-статистических, методов в других видах судебной экспертизы.

Так, 3. И. Кирсанов показал это применительно к судебно-портретной экспертизе, В. М. Колосова — применительно к судебно-медицинской экспертизе и при спектроаналитическом исследовании свинца и бумаги; А. Я. Палиашвили, П. Г. Орлов и другие — применительно к дактилоскопической экспертизе.

С 1963 г. берет свое начало использование вычислительной техники в криминалистических исследованиях. Характерной особенностью данного периода является применение наряду с аппаратом метрологии и теории вероятности других разделов математики, в частности теории множеств, математической логики, теории распознавания образов при решении криминалистических задач. Огромную роль в этом процессе сыграла кибернетика, которая явилась мощным катализатором для развития математики, в том числе таких ее разделов, которые ранее считались чисто теоретическими и не имели практического применения.

Кроме того, кибернетика, по образному выражению советского философа Б. В. Бирюкова, «подобно мощному тарану пробила брешь в одной из твердынь природы, прорвавшись в еще неведомую область действительности — область процессов, происходящих в системах управления различной природы, особенно процессов информационных»[1].

---

[1] *Бирюков Б. В.* Кибернетика и методология науки. М., 1974. С. 9.

Подход к объектам познания как к сложноорганизованным системам, а к информационным процессам — как к лежащим в основе функционирования любой системы позволил по-иному взглянуть на сущность судебного познания и криминалистическую деятельность.

Вместе с тем, внедрение компьютерной техники в сферу криминалистической деятельности позволило значительно расширить круг задач, которые возможно решить путем применения программных средств. Что касается перечня таких задач, то он определяется возможностью алгоритмизации и автоматизации процесса их решения.

3. Правовые основы использования математических методов в экспертной практике

Анализ следственной, экспертной и судебной практики, а также практики оперативно-разыскной деятельности убедительно свидетельствует о том, что эффективность расследования и раскрытия преступлений обеспечивается в случаях, когда в процессе собирания и исследования криминалистической информации используются все известные методы и средства, которые реально могут способствовать установлению истины по делу и изобличению виновных.

В действующем уголовно-процессуальном законодательстве, в частности в ст. 166 УПК РФ, упоминаются лишь некоторые из применяемых ныне технических средств и методов, причем в числе названных нет ни математических, ни вычислительных методов, ни средств компьютерной техники.

Вместе с тем, они широко используются для решения различных криминалистических задач, а тенденция такова, что этот процесс с каждым годом все активнее развивается.

Отсюда возникают вопросы: правомерно ли в расследовании преступлений применять названные средства и методы; нуждается ли их использование в специальной правовой регламентации; кто правомочен их применять; каков должен быть правовой статус и характер подготовки этих лиц, а также другие вопросы как правового, так и организационно-методического характера.

Чтобы найти правильное решение указанных и других сопряженных с ними задач, их необходимо рассматривать с учетом функций и правового статуса тех учреждений и лиц, деятельность которых связана с расследованием преступлений и уголовным судопроизводством в целом и которые реально используют математические методы и результаты их применения.

Анализ данных вопросов будет проводиться применительно к области судебной экспертизы, так как математические методы описания и исследования объектов в большей степени востребованы именно здесь.

Помимо процессуальной регламентации экспертная деятельность включает, согласно ст. 57 УПК РФ, три основных этапа:

1) применение специальных знаний в ходе исследований;

2) проведение судебной экспертизы;

3) оформление и дача заключения.

Раскрывая сущность судебной экспертизы и экспертного исследования, под специальными обычно понимают такие знания, которые не являются общеизвестными, общедоступными, не имеют массового распространения, знания, которыми располагает ограниченный круг специалистов. Соответствуют ли знания о математических методах и средствах вычислительной техники такому описанию? Безусловно, ответ может быть только положительным. Следовательно, использование средств и методов математики и вычислительной техники в криминалистической деятельности есть ни что иное, как применение специальных знаний.

Не менее важной является другая сторона этого вопроса — каким объемом знаний должен обладать субъект правоприменительной деятельности, чтобы использовать их для решения криминалистических задач? Более конкретно этот вопрос может быть сформулирован так: может ли эксперт использовать в своей работе методы и технические средства, функциональный механизм и алгоритм работы которых ему не знакомы?

Ответ на этот вопрос носит полярный характер.

Так, А. И. Винберг отметил, «что метод «черного ящика» позволяет эксперту и при незнании, и при неполном знании механизма деятельности ЭВМ и признаков, которыми она оперирует, приходить к достоверному выводу, так как в других областях практической деятельности и науки этот метод широко применяется и правомерность его не подвергается сомнению»[1].

Л. Е. Ароцкер, акцентируя внимание на том, что речь идет об использовании ЭВМ для решения задач в сфере и для нужд уголовного судопроизводства, в частности при исследовании вещественных

---

[1] *Винберг А. И.* Вывод эксперта при неполном знании изучаемого явления // Сов. гос-во и право. 1975. № 6. С. 75-77; См. также: *Винберг А. И., Шляхов А. Р.* Общая характеристика методов экспертного исследования: Научные труды ВНИИСЭ МЮ СССР. М., 1977. Вып. 28. С. 72-73 и др.

доказательств, пришел к иному заключению. Он писал: «Чтобы использовать ЭВМ в целях исследования вещественных доказательств, судебный эксперт должен уяснить механизм «исследовательской» деятельности машины, понять, каким образом машина производит распознавание, на каких признаках основано ее решение. Условия и характер процессуальной деятельности следователя и суда не допускают использования экспертом исследования, если их сущность ему непонятна. Безотчетная вера в непогрешимость ЭВМ, непонимание и незнание механизма ее деятельности, признаков, которыми она оперирует, объективно лишают эксперта права использовать ЭВМ в экспертизе»[1].

При использовании средств вычислительной техники в качестве инструмента, облегчающего или вовсе освобождающего от рутинных операций (например, оформление текстовой части заключения эксперта), вряд ли будет иметь значение, познал ли эксперт механизм и алгоритм ее работы. В данном случае важна надежность работы вычислительной техники и достоверность полученных результатов.

Что касается исследовательских задач, то для их решения используется специализированная техника и специальные прикладные программы, которые разрабатываются на основе существующих методик (в том числе и математических методов), которые прошли апробацию и применяются на практике при производстве экспертиз. Основным принципом использования математических методов в уголовном судопроизводстве является обоснованность и целевое применение в тех пределах, когда получаемый результат достоверен и стабилен. В данном случае эксперт должен представлять не только круг задач, которые можно решать с их помощью, но и алгоритм работы таких программ. Однако технологические правила процесса обработки криминалистической информации уголовно-процессуальным законодательством не регламентируются.

Что касается правовой регламентации применения количественных характеристик, математических понятий и методов в уголовном судопроизводстве с целью получения доказательственной информации, то основой являются процессуальные законы и нормативно-правовые акты. Несмотря на то, что термин «математические методы» не используется, законность их применения логически следует

---

[1] *Ароцкер Л. Е.* Организованные и процессуальные вопросы использования электронно-вычислительных машин в экспертной практике // Криминалистика и судебная экспертиза. Киев, 1969. Вып. 6. С. 183.

из формулировок соответствующих статей: п. 6 ч. 2 ст. 74, ст. 81 УПК РФ; ч.1 ст. 26.2 КоАП РФ; ч. 1. ст. 71 ГПК РФ и других нормативно-правовых документов. Согласно этим документам доказательствами являются любые сведения (фактические данные), на основании которых устанавливают наличие или отсутствие обстоятельств, подлежащих доказыванию, а также иных обстоятельств, имеющих значение для уголовного дела. Фактические данные, в свою очередь, могут иметь количественную, качественную и структурную характеристики.

В настоящее время, ввиду широкого распространения компьютерной техники и применения компьютерных технологий в криминалистической практике, правомерность их применения практически не оспаривается. Более того, проводится углубленный анализ аспектов автоматизации экспертной работы: математического, технологического и информационного. Следует отметить, что автоматизация криминалистических экспертиз связана с серьезными изменениями технологии их производства, а соответственно и с применяемыми методами исследования и получения доказательственной информации.

4. Виды и система математических методов, применяемых в криминалистической экспертизе

Современная математика располагает целым комплексом методов, позволяющих производить исследование экспериментальных (эмпирических) данных. Несмотря на многообразие математических методов, их можно разделить на три основные группы: аналитические, теоретико-вероятностные, геометрические.

В настоящее время понятие «математика» объединяет множество самостоятельных наук «математического профиля».

Академик А. Александров, например, классифицируя науки этого профиля, выделяет: 1) алгебру; 2) теорию чисел; 3) геометрию; 4) топологию; 5) математический анализ (теория функций, теория дифференциальных и интегральных уравнений, функциональный анализ); 6) вычислительные методы (примыкающие к алгебре и анализу); 7) теорию вероятностей и математическую статистику; 8) математическую логику и теорию алгоритмов.

Имеются и другие классификации разделов математики. Так, ее подразделяют на *элементарную*, относя к ней арифметику, алгебру, геометрию, тригонометрию и основные сведения о функциях и графиках, и *высшую,* включающую все остальные разделы математической науки.

Своеобразную и, на наш взгляд, в целом удачную классификацию математических средств, применяемых в сфере юридической деятельности, дал В. А. Пошкявичус. Он, в частности, выделил:

1. Однозначные («классические») математические средства:

а) количественные характеристики (без вычислений);

б) вычисления средствами элементарной математики однозначных величин, явлений или процессов.

2. Многозначные математические средства:

а) методы дифференциальной геометрии;

б) методы теории вероятностей и математической статистики;

в) методы математической логики.

В особую группу им выделены методы математического моделирования[1], реализация которых возможна как аналитическими методами, так и путем использования средств вычислительной техники.

В рассмотренной классификации встречаются понятия «метод» и «алгоритм».

Под методом понимается (от греч. *methodos* — путь исследования, теория, учение) способ решения конкретной задачи; совокупность приемов или операций практического или теоретического освоения (познания) действительности.

Алгоритм (от *algorithmi, algorismus*, первоначально — латинская транслитерация имени математика аль-Хорезми), определенная совокупность правил, позволяющих чисто механически решить конкретную задачу из некоторого класса однотипных задач. При этом допускается изменение исходных данных в определенных пределах, процесс применения правил к исходным данным определен однозначно, а на каждом шагу указанного процесса известно, что считать его результатом.

В особую группу выделяют методы моделирования, применение которых дает положительные результаты при отсутствии возможности изучения явлений, связанных с риском для жизни либо с их трудоемкостью и значительными материальными затратами. Данные

---

[1] См.: *Пошкявичус В. А.* Применение математических и логических средств в правовых исследованиях. Вильнюс, 1974.

методы могут быть реализованы по двум основным направлениям:

— математическое моделирование, при котором реальному процессу ставится в соответствие математическая зависимость;

— имитационное моделирование, которое предусматривает использование компьютерной техники. В основу таких моделей закладывается либо математическая, либо графическая модель. В этом случае математическая модель задает алгоритм работы имитационной модели, описывающей реальный процесс, а работой процессора управляет программа, созданная на одном из языков программирования (*Delphi, Turbo Pascal, C*++).

Второе направление является более перспективным, однако требует обширных знаний и в области математики, и в области вычислительной техники (системотехника, программирование).

В уголовном судопроизводстве математические методы могут применяться в двух аспектах: практическом и теоретическом.

Рассмотрим более подробно основные виды математических методов, их сущность и возможность практического применения системного подхода при исследовании криминалистических объектов. На основе анализа всей совокупности математических методов целесообразно проводить их классификацию не относительно разделов математической науки, а применительно к решаемым в экспертной практике задачам. Однако один и тот же математический метод не может использоваться при проведении всех без исключения видов экспертиз. По этой причине необходимо провести классификацию методов, но с учетом видов экспертиз, в которых они применяются. Данный подход будет давать наглядное представление о характере решаемых задач и методах их решения.

К математике приходится обращаться при исследовании почерка, идентификации печатей, штампов, печатающих устройств (принтеры, печатные машинки), различного рода следообразующих предметов, огнестрельного оружия, при отождествлении личности по очертаниям внешности, а также установлении целого по частям. Каждая из этих задач является предметом исследования отдельной судебной экспертизы. Рассмотрим подробнее их содержание и математические методы, применяемые для решения экспертных задач.

Объектами ***трасологической*** экспертизы являются различные материальные следы-отображения, образованные при взаимодействии, как минимум, двух объектов, — следообразующего и следовоспринимающего. Для проведения сравнительного исследования следов используется графический метод кодирования общих и частных признаков в прямоугольной системе координат. С его помощью учитывают ориентацию следов с идентификационными признаками в пространстве. Однако со временем положение признаков, их форма и размеры изменяются в процессе эксплуатации инструмента, носки обуви и т. д. При этом различия оцениваются по величине коэффициента корреляции. В данном случае применяется **вероятностно-статистический** метод исследования.

В ходе экспертного исследования интересен **полигонный** метод сравнения. На увеличенных изображениях рельефной поверхности находят наиболее характерные частные признаки и прокалывают их иглой. С обратной стороны данные точки соединяются отрезками. Параметрами для сравнения являются величины соответствующих отрезков и величины углов между ними, а также общая форма полученной фигуры, ее площадь. Данный метод применяется, как правило, для предварительного исследования и дает приближенный результат.

В ходе следственных действий нередко можно обнаружить следы производственных механизмов. Одним из параметров таких следов является величина шероховатости поверхности. Для получения количественной характеристики этого показателя применяется метод построения профилограмм и их анализа. Но показатель шероховатости является интегральным и зависит от большого количества параметров технологического процесса обработки исследуемой поверхности. Поэтому для экспертных исследований метод профилограмм в его чистом виде не пригоден и требует специальной методики. Одна из таких методик создана на основе аффинных преобразований.

Применяется статистический метод сравнения двух профилограмм с помощью базисных линий. Базисной называют такую линию, на которую из любых опорных точек профилограммы можно опустить перпендикуляры и произвести измерения параметров высоты и расстояния между характерными точками. Однако при различных условиях следообразования данные параметры становятся несопоставимыми. Методика, основанная на аффинных преобразованиях, легко позволяет решить данную задачу, поскольку математическую модель этого метода можно представить в виде простейшей схемы.

На основе аффинных преобразований разработана методика анализа кривых профилирования без использования базисных линий. Расчеты базируются на сопоставлении треугольников, в качестве опорных точек которых используются наиболее характерные точки обеих кривых. Ввиду того, что профилограммы могут быть получены под различными встречными углами, учитывают не площади треугольников, а их отношения. Если на обеих кривых зафиксирован след одного инструмента, то отношение площадей соответствующих треугольников будет постоянной величиной.

Судебная баллистика. Количественные соотношения, характеризующие определенные свойства огнестрельного оружия, боеприпасов и следов их применения, позволяют устанавливать важные обстоятельства при расследовании преступлений, связанных с их применением. Выяснение таких вопросов, как дистанция выстрела, траектория полета снаряда, его скорость и место нахождения стрелявшего имеет важное значение при расследовании указанных преступлений и установлении их условий. Существуют методики, позволяющие определять также диаметр деформированного снаряда. Рассмотрим математические методы, применяемые для решения указанных задач:

1. *Определение дистанции выстрела*. Между дистанцией стрельбы и отдельными признаками выстрела существует функциональная взаимосвязь. Указанные зависимости изначально были установлены эмпирическим путем, по которому получены математические (графические и аналитические) зависимости. Так, при увеличении дистанции выстрела увеличивается площадь рассеяния дробового заряда, площадь рассеяния несгоревших порошинок и уменьшается их плотность на единице площади. В данном случае применяется графический и графоаналитические методы определения данного параметра. Кроме того, при производстве дальнего выстрела пуля очерчивает кривую линию, по форме близкую к параболе. В результате ее ось отклоняется от горизонтального положения, и пуля входит в преграду под определенным углом, который может выступать в качестве исходного параметра. Для определения дистанции стрельбы в данном случае пользуются справочными таблицами, полученными эмпирическим путем.

2. *Определение места нахождения стрелявшего*. Основным методом решения данной задачи является метод непосредственного визирования: по направлению полета пули и углу ее падения; по глубине и направлению слепого пулевого канала. Первый метод

исследования включает следующие способы:

— с помощью трубки, вставленной в сквозное повреждение;

— с помощью зондов (при протяженном пулевом канале), либо с помощью натянутой нити между повреждениями, расположенными на значительном расстоянии;

— с помощью геодезических приборов (теодолиты, нивелиры);

— с помощью луча лазера.

По окончании визирования производят составление схемы, по которой методами тригонометрии определяют угловые и линейные величины.

3. Определение угла выстрела. Данная задача может решаться как для пулевого отверстия, так и при поражении цели дробовым зарядом. Схема решения основана на изменении формы огнестрельного повреждения и отклонении ее от формы окружности. Такие повреждения имеют форму эллипса, где большая диагональ указывает направление, с которого был произведен выстрел. Угол между направлением выстрела и преградой определяется как арксинус отношения величин малой и большой диагоналей эллипса. Задача подобного характера решается путем применения методов планиметрии и тригонометрии.

4. Определение пробивного действия пули производят путем расчета эквивалентной данному параметру величины удельной кинетической энергии, которая зависит от веса снаряда, его скорости, а также площади поперечного сечения самой пули и формы головной части (сферической, конической). В этом случае применяют аналитический метод, позволяющий достаточно точно определить указанный параметр и установить, относится ли предмет, представленный на исследование, к огнестрельному оружию.

Портретная экспертиза. Под портретной идентификацией понимается установление тождества лица путем исследования внешних признаков строения головы человека (преимущественно его лицевой части). Данное исследование сводится к сравнению фотографических изображений подлежащего идентификации лица с фотоснимком заведомо известного человека, полученных при одинаковых условиях фотосъемки. В процессе сравнения одноименных признаков учитывают их форму, размер и относительное положение. К таким признакам можно отнести те черты лица, которые подвержены изменениям в меньшей степени с течением времени: углы глаз, середина переносицы, внутренний конец линии основания носа, углы рта, находящегося в спокойном состоянии. По данной совокупности точек строятся геометрические фигуры и оценивается степень их конгруэнтности. При проведении исследований применяется геометрический (графический) метод, позволяющий методом дополнительных построений установить идентичность лица проверяемого и заведомо известного.

Почерковедческая и дактилоскопическая экспертизы. Данные виды экспертиз имеют дело с графическими объектами (рукописные тексты, следы и отпечатки рук) и являются достаточно сложными в отношении методики исследования. Методика исследования идентификационных признаков на основе их измерения и кодирования предполагает применение математических методов с целью более точного сопоставления сравниваемых графических объектов, их основных частей с точки зрения размеров, характеристики формы идентификационных признаков в их совокупности. К применяемым в исследовании почерка математическим методам следует отнести геометрические, вероятностно-статистические, аналитические методы, а также их сочетание, которое может быть реализовано в прикладных программах при использовании вычислительной техникой. Данные методы позволяют: установить частоту встречаемости исследуемого признака и вероятность его появления в почерке; установить факт намеренного изменения почерка; получить усредненные формы начертания определенных букв.

Как видно из приведенных примеров, при производстве криминалистических исследований применяется целый комплекс математических методов, позволяющих решать достаточно сложные экспертные задачи, характер которых и обусловливает выбор метода исследования.

Качественная, количественная и структурная характеристики признаков и свойств объектов, имеющих криминалистическое значение, лежат в основе их познания, оценки и использования.

Они же предопределяют и характер методов познания, которые в соответствии с этим принципом обычно подразделяют на методы качественного, количественного и структурного анализа, а их совокупности на качественный, количественный и системно-структурный подходы к исследованию объектов познания.

Качественные характеристики объекта, например, функциональное назначение, цвет, материал, из которого он изготовлен, и другие позволяют, с одной стороны, отличить один объект от другого, с другой — отнести данный объект к определенному классу, виду или роду вещей.

Тем не менее, одного такого подхода для всестороннего и глубокого изучения объекта, отличающегося большой сложностью, явно недостаточно.

Особенно это ощутимо при решении задач идентификационного характера, когда необходимо выделить единичный, конкретный объект из огромного количества ему подобных, т. е. имеющих, например, то же функциональное назначение, такой же цвет, характер поверхности и другие показатели.

Как свидетельствует практика, в данном случае качественные характеристики объекта с необходимостью должны быть дополнены количественными.

Количественным путем могут быть выражены многие качественные признаки исследуемых объектов: цвет, состав, форма, кривизна поверхности и др. Количественный подход нетрудно выявить и в обычных качественных приемах оценки признаков объектов. Понятия «частота встречаемости признака», «достаточности» или «недостаточности» их совокупности, лежащие в основе идентификации, даже при качественной их оценке всегда имеют в своей основе эмпирические данные, полученные в результате исследований, наблюдений и их статистической обработки.

5. Задачи, решаемые математическими методами в криминалистической экспертизе

При решении определенных задач, в частности экспертных, нужно иметь четкое представление об объекте исследования, возможных методах и условиях проведения экспертизы, а также о результате, который необходимо получить.

«Экспертная задача, — пишет Г. Л. Грановский, — это объект экспертной деятельности, направленной на практическое преобразование потенциальной доказательственной информации, которую содержат исходные данные, в актуальную доказательственную информацию, которая может быть использована в качестве обстоятельства, имеющего значение для правильного разрешения уголовного или гражданского дела»[1]. Криминалистические задачи могут быть классифицированы по различным основаниям. Однако наиболее рациональной представляется классификация по трем критериям (схема 1):

[1] Использование математических методов в криминалистических экспертных исследованиях / Под ред. Г. Л. Грановского. Волгоград, 1981. С. 5-27.

Схема 1

Криминалистические задачи, решаемые математическими методами

— по функциональному назначению;
— по уровню цели;
— по уровню решения.

Такой подход позволяет точнее определить не только специфику решаемых задач, но и научно обосновать выбор средств и методов исследования, наиболее оптимальных для их решения.

В рамках классификации по **функциональному назначению** криминалистические задачи можно подразделить на три класса: *предметно-производственные, научно-поисковые и организационно-управленческие*, а в пределах каждого класса можно выделить задачи применительно к конкретной цели их реализации.

Классификация задач по **уровню цели** сводится к *частным* и *общим* задачам, а по **уровню решения** — к *промежуточным* и *конечным*.

Практика показывает, что решение любой самостоятельной криминалистической задачи складывается из ряда этапов. Чем сложнее задача, тем сложнее будет общая методика решения.

Но это лишь один из факторов, влияющих на построение схемы решения криминалистической задачи и, пожалуй, не главный.

В методологическом отношении большое значение имеет выбор метода решения задачи. Дело в том, что применение математического аппарата, и особенно средств вычислительной техники, существенно меняет методику решения криминалистических задач. В свою очередь, это порождает целый комплекс проблем гносеологического, криминалистического, уголовно-процессуального, психологического, научно-технического и иного характера.

В основе решения криминалистических задач лежат процессы выделения, преобразования, хранения, исследования и оценки информации о признаках и свойствах объектов, в отношении которых решается та или иная задача.

Теперь обратимся к средствам и методам их решения. Здесь объединены четыре самостоятельных элемента:

— технические средства;

— методы познания, которые разделяются на общие (используемые в различных научных исследованиях) и специальные (используемые преимущественно в сфере криминалистической деятельности). С момента зарождения криминалистики и до наших дней оба эти направления развивались параллельно. Наряду с разработкой специальных средств в сферу криминалистической деятельности постоянно привносится все новое, что рождается в других областях человеческой деятельности и что может быть приспособлено для решения криминалистических задач;

— научный потенциал;

— практический опыт субъекта деятельности.

Особое место в структуре методов решения криминалистических задач занимает диалектический метод, так как он является всеобщим методом познания как в науке, так и в практике.

Между объектом, задачей и методами ее решения при расследовании преступлений существует прямая взаимосвязь. Однако это не означает, что та или иная задача может и должна решаться строго определенным методом. В целях установления истины по делу необходимо одну и ту же задачу решать с использованием совокупности методов как общенаучных, так и специальных. Такой подход не вызывает возражений.

Весьма спорным и до сих пор нерешенным остается другой вопрос, — каким условиям должен отвечать тот или иной метод, чтобы он мог быть использован в сфере криминалистической деятельности, а, следовательно, в процессе доказывания в целом. В полной мере это относится как к математическим методам, так и к использованию вычислительной техники.

Совершенно определенно можно сказать, что не существует методов, «гарантирующих» установление объективной истины по делу, так как оно достигается соблюдением целого комплекса условий. Одно из них — **научная состоятельность** метода и **грамотное его применение**. Таким образом, **научный потенциал** и **практический опыт** субъекта деятельности являются достаточно важными условиями успешного решения поставленных перед экспертом задач.

Помимо знания математики эксперт-криминалист должен обладать высоким уровнем знаний в области естественных наук, необходимых для выявления и познания индивидуальных особенностей объекта и характеризующих его признаков. При наличии такой информации производят выбор соответствующих методов исследования. Именно это условие является главным, а не требование, чтобы строго определенный метод был закреплен за объектами, имеющими определенные свойства.

Принципиальная схема и последовательность решения криминалистической задачи с использованием математических методов и ЭВМ включает следующие этапы:

1. Сбор исходной информации об объекте.
2. Постановку задачи на содержательном уровне.
3. Формализацию информации и формализацию задачи.

4. Разработку (выбор) алгоритма решения задачи.

5. Разработку (выбор) программы решения задачи с учетом типа используемой ЭВМ.

6. Собственно решение задачи.

7. Проверку технической стороны решения задачи работниками вычислительного центра.

8. Оценку и использование полученного результата субъектами криминалистической деятельности.

Таким образом, применение математических методов является достаточно эффективным при наличии широких знаний как в области криминалистики, так и в области таких фундаментальных наук, как физика, химия, математика. Понимание процессов, происходящих в материальном мире, позволит адекватно оценить ситуацию, связанную с расследуемым событием, и выбрать те методы и средства (в частности, математические), которые позволят получить объективную доказательственную информацию.

Последующие лекции позволят получить представление о совокупности методов, применяемых в настоящее время экспертными подразделениями и следственными органами при раскрытии и расследовании преступлений.

Литература

1. *Ароцкер Л. Е.* Организационные и процессуальные вопросы использования электронно-вычислительных машин в экспертной практике // Криминалистика и судебная экспертиза. Киев, 1969. Вып. 6.

2. *Бирюков Б. В.* Кибернетика и методология науки. М., 1974.

3. *Буринский Е. Ф.* Судебная экспертиза документов. СПб., 1903.

4. *Винберг А. И.* Выводы эксперта при неполном знании изучаемого явления // Сов. гос-во и право. 1975. № 6.

5. *Винберг А. И. Шляхов А. Р.* Общая характеристика методов экспертного исследования: Науч. тр. ВНИИСЭ МЮ СССР. М., 1977. Вып. 28.

6. Использование математических методов в криминалистических экспертных исследованиях / Под ред. Г. Л. Грановского. Волгоград, 1981.

7. *Полевой Н. С.* Криминалистическая кибернетика. М., 1989.

8. *Пошкявичус В. А.* Применение математических и логических средств в правовых исследоваaниях. Вильнюс, 1974.

9. *Селиванов Н. А.* Математические методы в собирании и исследовании доказательств. М., 1974.

10. *Щербатов В. Ф., Коимшиди Г. Ф., Рогозин Ю. С.* Использование фотографических измерительных методов в следственной и экспертной практике. Волгоград, 1983.

ЛЕКЦИЯ 2

ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА. ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ФУНКЦИИ И ГРАФИКИ

Математические методы фиксации и исследования фактической информации, а также ее формализации, применимы ко всем без исключения объектам криминалистического исследования. Производство различного рода вычислений в криминалистике и интерпретация полученных результатов связаны с использованием целого ряда областей математики.

В процессе исследования вещественных доказательств эксперт-криминалист сталкивается с широким спектром задач, требующих знания сущности протекающих процессов, а также умения применять на практике теоретические основы математики. Применение математических методов позволяет не только правильно фиксировать указанную информацию на строго научной основе, но и играет важную роль в раскрытии таких преступлений, как ДТП, преступления, совершенные с применением огнестрельного оружия, и многие другие.

В процессе исследования объектов материального мира приходится иметь дело с различными зависимостями одних процессов от других, например, показателя преломления света — от длины волны падающего света или концентрации раствора (при изучении объектов с помощью рефрактографии), оптической плотности негативного изображения — от величины экспозиции (при построении графика характеристической кривой фотоматериала). Такие зависимости носят название функциональных.

При проведении экспертных исследований эксперт получает фактическую информацию об объекте исследования, о явлениях и процессах, происходящих при изменении его геометрических параметров, например, в процессе следообразования. После получения экспериментальных данных объектом исследования уже является математическая запись (функциональная зависимость) рассматриваемого процесса или явления. Основным в данном случае является понятие функции.

1. Описание функциональной зависимости

1.1. Понятие функции

Даже при самом поверхностном взгляде на окружающий нас материальный мир можно отметить, что все находится в постоянном движении и постоянно меняется. Причем многие явления прямо или косвенно связаны друг с другом и зависят от многих факторов. Однако встречаются величины, не изменяющиеся с течением времени. Они называются постоянными или константами. Типичным примером постоянной величины может служить отношение длины окружности к ее диаметру, которое равно числу π.

Объектом изучения математического анализа являются только переменные величины, изменяющие свои значения с течением времени. Их можно разделить на две основные группы:

1) независимые (изменяющиеся произвольным образом);

2) зависимые (изменяются при изменении независимых переменных).

Независимую переменную величину в математике называют аргументом, а зависимую — функцией. Функциональная зависимость одной величины y от другой x обозначает, что каждому значению x соответствует определенное значение y.

Приведем несколько примеров из геометрии и физики:

1) длина окружности является функцией ее радиуса:

$$L = f(R) \text{ или } L = 2\pi R;$$

2) сила тока по закону Ома зависит от сопротивления проводника при заданной разности потенциалов:

$$I = f(U, R) \text{ или } I = U/R.$$

Таким образом, в основе понятия функциональной зависимости лежит полная определенность соответствия между переменными величинами, а функция определяется как соответствие между значениями двух переменных величин.

Если каждому числу x из множества чисел M поставлено в соответствие единственное число y, то говорят, что на множестве M задана функция $y = f(x)$. При этом способ установления соответствия между переменными, т. е. способ задания функции, принципиального значения не имеет и никакого влияния на функциональную зависимость не оказывает.

Задать функцию — значит указать способ, пользуясь которым можно по значению аргумента вычислить значение функции. Из определения функции следует, что для ее задания необходимо указать два множества чисел (значений аргумента и функции) и закон соответствия между ними. Это может быть сделано пятью способами: при помощи таблицы, графика, аналитически (формулой), словесно и при помощи программы.

1.2. Способы задания функции

Табличный способ задания функции заключается в последовательном определении значений функции по заданным через определенный интервал значениям аргумента. Данный способ задания функции применяется в том случае, когда невозможно описать зависимость простой формулой, либо когда полученная формула неудобна для вычислений. Таковы, например, таблицы тригонометрических функций, кубов чисел, мантисс логарифмов и др. Табличный способ часто применяется в естествознании и технике, где результаты эксперимента записываются в таблицу.

Таблица 1

Зависимость температуры кипения воды от величины атмосферного давления

p, мм. рт. ст.	300	350	400	450	500	550	600	650	700
t, °C	75,8	79,6	83,0	85,8	88,5	91,2	93,5	95,7	97,6

Преимущество табличного способа заключается в простоте нахождения значений функции по значению аргумента без дополнительных измерений и вычислений. Так, по таблице 1 можно установить, что при увеличении атмосферного давления происходит значительное увеличение температуры кипения воды, причем можно проанализировать величину данных изменений.

Табличный способ задания функции имеет следующие недостатки:

1) не позволяет находить промежуточные значения одной переменной (зависимой) по заданному значению аргумента;

2) не позволяет наглядно представить картину изменения значений функции в зависимости от значений аргумента, т. е. закон изменения функции;

3) таблица не может содержать всех значений аргумента, при которых данная функция определена, поскольку с уменьшением интервала значений аргумента таблица становится громоздкой.

В свою очередь, табличные данные позволяют графически построить зависимость функции от значений аргумента.

Графиком функции в декартовой прямоугольной системе координат называют геометрическое место точек, абсциссы которых являются значениями независимой переменной, а ординаты — соответствующими значениями функции. Очевидно, что каждая функция будет иметь свой график. Данный способ описания функции применяется в естествознании, технике при использовании приборов, автоматически записывающих изменение одной величины от другой.

График функции должен содержать следующие атрибуты: координатные оси с указанием их положительного направления, начало координат и масштаб, в котором производится построение данного графика (рис. 1).

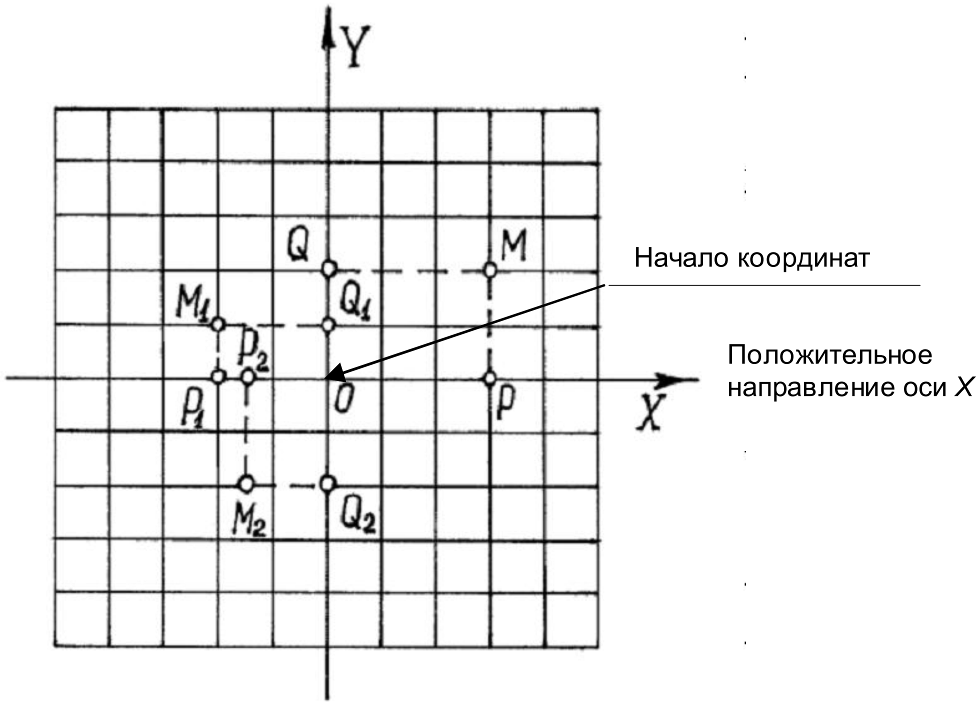


Рис. 1. Прямоугольная система координат

График функции, построенный в двумерной системе координат, имеет горизонтальную ось X (абсцисс) и вертикальную ось Y (ординат). Трехмерная система координат предусматривает наличие третьей оси *Z* — оси аппликат.

Каждая точка графика функции на плоскости имеет две координаты, в пространстве — три. Поэтому перпендикуляры, восстановленные из данной точки на координатные оси, дают значения первоначально заданных координат с учетом их знака.

По графику функции всегда можно составить таблицу с любым интервалом значений аргумента. Однако к графику, как и к таблице, нельзя непосредственно применить аппарат математического анализа. Графический способ задания функции имеет неоспоримое преимущество перед остальными способами — *наглядность* (рис. 2).

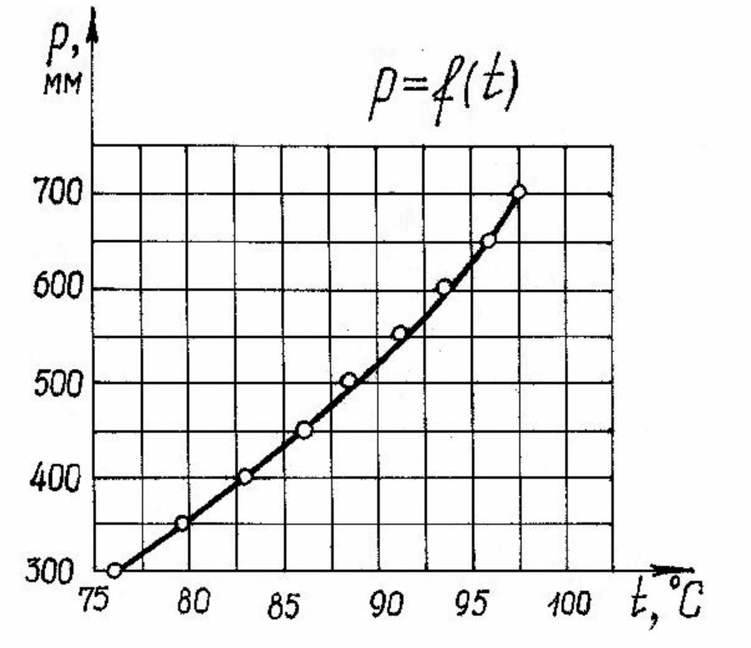


Рис. 2. График зависимости температуры кипения воды от величины атмосферного давления

Наиболее общим является **аналитический способ** задания функции, который составляет основу аппарата математического анализа и исследования функциональных зависимостей, заданных формулой.

Аналитически в общем виде функциональную зависимость можно представить следующим образом: $y = f(x)$, где y — функция, x — аргумент, f — символ правила, по которому значениям x ставятся в соответствие значения y. При проведении экспертных исследований применяются простые функциональные зависимости. Например, для характеристики пробивной способности пули используется зависимость кинетической энергии от скорости полета пули: $W_к = mV^2/2$. В большинстве случаев исследуемые процессы определяются сложными аналитическими зависимостями. Так, невозможно аналитически однозначно описать характеристическую кривую фотоматериала, нет точного выражения для описания баллистической кривой, которую можно представить сочетанием нескольких парабол. Так, в примере, приведенном на рис. 2, функциональную зависимость $p = f(t)$ можно описать степенной зависимостью вида $p = x \cdot t^y$, где x — коэффициент; y — показатель степени.

Любую функцию, заданную аналитически, можно исследовать. Зная скорость ее изменения, несложно определить области возрастания и убывания функции, экстремумы и точки перегиба. Функции, заданные аналитически, могут быть представлены как графически, так и в виде таблицы.

Преимущества аналитического способа задания функциональных зависимостей заключаются в следующем:

— возможно определить значения функции для любого значения аргумента;

— возможно применить аппарат математического анализа для исследования функциональных зависимостей.

К недостаткам следует отнести плохую наглядность и возможную трудоемкость вычислений.

Задание функциональных зависимостей может осуществляться **словесно** или **описательно**. Примером служит функция Дирихле, которая задается следующим образом: функция равна 0 для всех рациональных и 1 для всех иррациональных значений аргумента. Такая функция не может быть задана таблицей, так как она определена на всей числовой оси, и множество значений ее аргумента бесконечно. Графически данная функция также не может быть задана. Аналитическое выражение функции имеет очень сложный вид и не находит практического применения. Словесный же способ дает краткое и понятное ее описание.

Кроме устоявшихся в математике способов задания функции применяются способы, получившие распространение сравнительно недавно. К ним относятся программный метод и метод моделирования.

При условии применения **программного** метода функция задается с помощью перфокарт, перфолент, магнитных или оптических носителей. Данный метод широко применяется в вычислительной технике. Метод **моделирования** позволяет воспроизводить функцию при помощи специальных логических и электронных устройств. Реализация данного способа стала возможна с появлением компьютерной техники.

Все перечисленные способы задания функциональных зависимостей нашли применение при решении различных исследовательских задач и являются взаимодополняющими. Кроме того, традиционные способы получили реализацию в прикладных программах, разработанных для компьютерной техники. Примером может служить прикладная программа *Mathcad* для исследования функциональных зависимостей, заданных табличным, графическим и аналитическим способами, которая обладает достаточно широкими возможностями.

Ввиду несовершенства каждого из методов, они применяются в совокупности, а сам математический анализ основывается на проведении исследований аналитическими и геометрическими методами. Исследование функций, заданных аналитически, производится гораздо легче и становится наглядным, если параллельно рассматривать и графики этих функций. Таким образом, сочетание различных методов задания функциональной зависимости дает дополнительные возможности при исследовании различных по природе явлений.

По этой причине построение графиков функции является важным элементом исследовательской деятельности.

1.3. Элементарные функции и их графики

К основным элементарным функциям относятся следующие:

1) пропорциональные величины

$$y = mx,$$

где m — коэффициент пропорциональности;

2) линейная функция $Ax + By = C$;

3) обратная пропорциональность

$$y = \frac{c}{x},$$

где c — некоторая постоянная величина;

4) квадратичная функция

$$y = ax^2 + by + c,$$

где a, b, c — постоянные величины, $a \# 0$;

5) степенная функция

$$y = ax^n,$$

где n, a — постоянные величины;

функции вида, $y = mx$, $y = ax^2$,

$y = \frac{c}{x}$ — частные случаи степенной функции;

6) показательная функция $y = a$, где $a > 0$ и $a \neq 1$;

7) логарифмическая функция $y = \log x$ $a > 0$ и $a \neq 1$;

8) тригонометрическая функция $y = \sin x$; $y = \cos x$; $y = tg\,x$ и т. д.;

9) обратная тригонометрическая функция $y = arc\sin x$; $y = arc\cos x$ и т. д.

Из основных элементарных функций строятся элементарные функции. Элементарной функцией называют такую функцию, которую можно задать одной формулой, составленной из основных элементарных функций при помощи конечного числа арифметических действий и конечного числа операций взятия функции от функции.

Однако при изучении различных процессов приходится иметь дело с функциями, для аналитического задания которых одной формулы мало. Поэтому возникает необходимость введения дополнительных функциональных зависимостей. Функции такого рода не являются элементарными, так как они заданы не одной формулой, а несколькими.

Пропорциональные величины. Если переменные величины x и y прямо пропорциональны, то функциональная зависимость между ними выражается уравнением $y = mx$, где m — коэффициент пропорциональности.

Графиком пропорциональной зависимости (рис. 3) является прямая линия, проходящая через начало координат и образующая с осью абсцисс угол α, тангенс которого равен постоянной величине m. Поэтому коэффициент пропорциональности также называется угловым коэффициентом. Для определения угла между осью абсцисс и графиком направление на оси абсцисс берется положительным; на графике же берется любое направление, поскольку величина тангенса угла наклона от выбора направления не зависит.

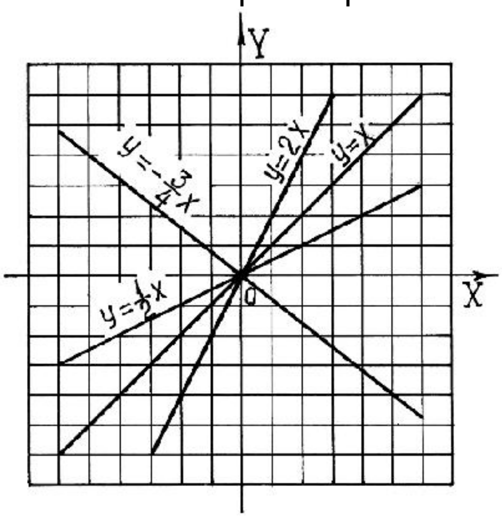


Рис. 3. График пропорциональной зависимости вида *y = ax + в*

Линейная функция. Если переменные величины *x* и *y* связаны уравнением первой степени, то между ними существует линейная зависимость вида $Ax + By = C$ (рис. 4). Если одно из чисел *A, B* не равно нулю, то график функциональной зависимости есть прямая линия. Когда $C = 0$, график функции проходит через начало координат. Если ни *A*, ни *B* не равны нулю, тогда график пересекает обе оси координат, отсекая на оси абсцисс отрезок $a = C/A$, а на оси ординат отрезок $b = C/B$. Решив приведенное выше выражение относительно y, получим $y = кx + b$, где $k = - A/B,\ b = C/B$. Кроме того, $k = tg\alpha$ — угловой коэффициент прямой, $в = BO$ — начальная ордината. При $в = 0$ линейная функция выражает прямую пропорциональность $y = kx,$ график ее — прямая, проходящая через начало координат.

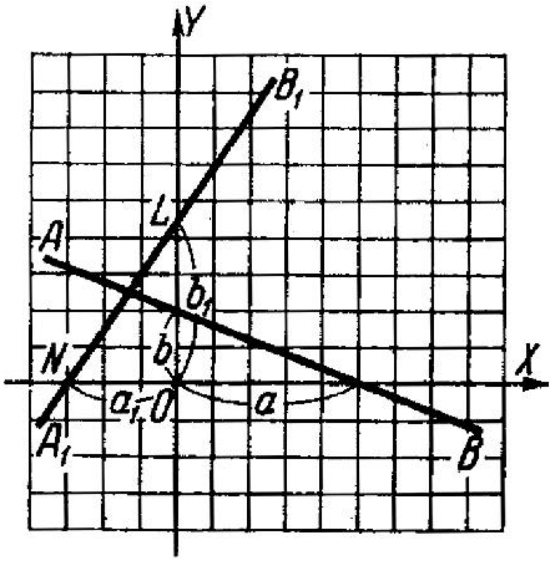


Рис. 4. График линейной функции

Обратная пропорциональность. Если величины *x* и *y* обратно пропорциональны, то функциональная зависимость между ними выражается уравнением:

$$y = \frac{c}{x},$$

где *c* — некоторая постоянная величина (рис. 5). График обратно пропорциональной зависимости есть кривая линия, состоящая из двух «ветвей». Данные кривые называются равносторонними гиперболами. Их можно получить пересечением конуса с прямым углом при вершине плоскостями, параллельными его оси.

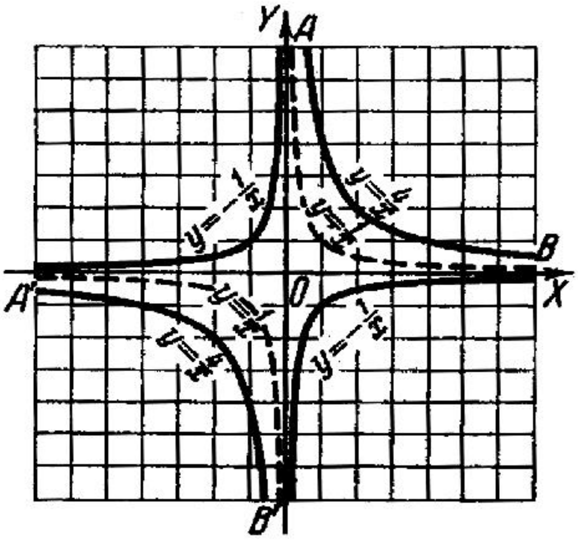


Рис. 5. График обратно пропорциональной зависимости

Квадратичная функция $y = ax^2 + bx + c$, где *a, b, c* — постоянные величины, *a* # 0 (рис. 6). Ее графиком является парабола. Парабола $y = ax^2$ симметрична относительно оси ординат. Вершина параболы находится в начале координат и располагается касательно к оси абсцисс.

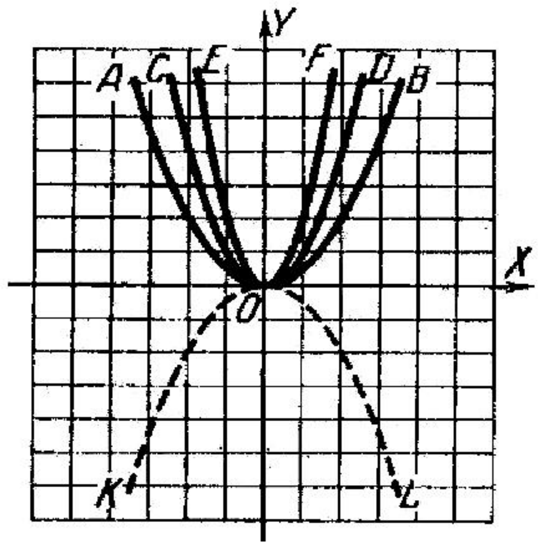


Рис. 6. График квадратичной функции вида $y = ax^2 + вx + c$

График функции $y = ax^2 + bx + c$ — та же парабола, но с вершиной в точке $O_1\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{b^2 - 4ac}{4a}\right)$ и с осью симметрии, относительно оси OY.

Выражение $b^2 - 4ac$ называется дискриминантом квадратного трехчлена и служит для исследования корней квадратного трехчлена приведенного выше уравнения.

Корнями функции называются такие значения аргумента, при которых функция обращается в ноль. Если дискриминант квадратного уравнения меньше нуля, то корни данного уравнения мнимые, трехчлен при всех значениях аргумента сохраняет тот же знак, какой имеет коэффициент *a*. В этом случае график функции (парабола) нигде не пересекает оси *OX*. Если дискриминант квадратного уравнения больше нуля, то трехчлен имеет два вещественных корня и принимает как положительные, так и отрицательные значения. График пересекает ось абсцисс в двух точках. Если дискриминант квадратного уравнения равен нулю, то трехчлен обращается в ноль только при одном значении:

$$x = -\frac{b}{2a},$$

а при прочих совпадает по знаку с *a* и касается оси *OX*.

Степенная функция. Степенной функцией называется функция вида $y = ax^n$, где *n, a* — постоянные величины (рис. 7). Показатель степени может быть как положительным, так и отрицательным, целым или дробным. Функции вида

$$y = ax,\ y = ax^2,\ y = \frac{c}{x}$$

являются частными случаями степенной функции.

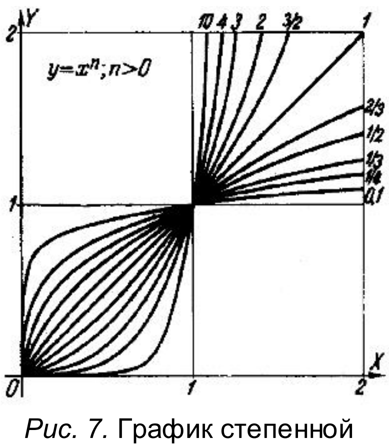


Рис. 7. График степенной функции *n*-порядка

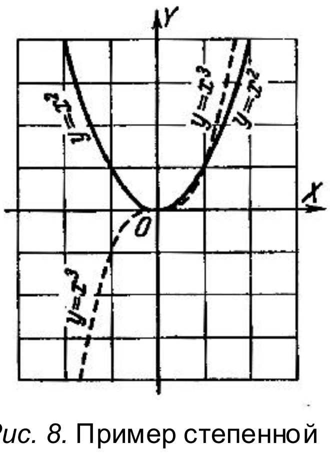


Рис. 8. Пример степенной зависимости при $n > 0$

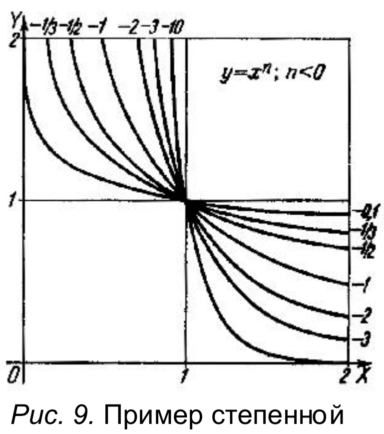


Рис. 9. Пример степенной зависимости при $n < 0$

При целом положительном имеем целую рациональную функцию, при целом отрицательном — дробную функцию, при дробном имеем иррациональную функцию (если дробный показатель не преобразуется в целое число). При $a = 1$ имеем кривые, показанные на рисунке, где отдельные кривые соответствуют разным значениям n. Эти кривые называются политропами.

При $n = 1$ все кривые проходят через начало координат и через точку (1,1), имеют параболические бесконечные ветви (рис. 8). При $n = 0$ ни одна кривая не проходит через начало координат, а оси координат являются асимптотами кривых. При $n < 0$ получаем графики функций, неограниченно приближающихся как к оси абсцисс, так и к оси ординат, не достигая ни той, ни другой (рис. 9). Вследствие сходства с гиперболой эти графики получили название гипербол n-порядка. В последнем случае имеем функцию

$$y = \frac{a}{x},$$

выражающую закон обратной пропорциональности.

Все рассмотренные выше функции относятся к числу явных алгебраических функций, за исключением степенной.

Явная функция называется **алгебраической**, если над аргументом последовательно выполняются в конечном числе только основные действия. Если в формулу, которой задана явная алгебраическая функция, не входят радикалы, то явная алгебраическая функция называется **рациональной**, в противном случае **иррациональной**.

Всякая неалгебраическая функция (явная или неявная) называется трансцендентной. Среди таких функций выделяют элементарные трансцендентные функции, к числу которых относятся степенная трансцендентная функция, а также показательные, логарифмические, тригонометрические, гиперболические функции. Все алгебраические функции относятся к числу элементарных. Частным случаем степенной функции является целая рациональная функция, которая выражается многочленом:

$$y = a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + \ldots + a_{n-1} x + a_n$$

и называется целой рациональной функцией одного аргумента, а ее график — параболой n-порядка.

Показательная функция $y = a^x$, где $a \neq 1$ — постоянное положительное число, поскольку при данном значении получается прямая линия, параллельная оси абсцисс (рис. 10). Аргумент x может принимать любые действительные значения.

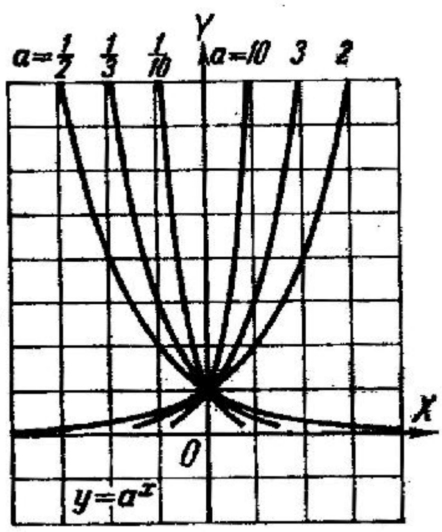


Рис. 10. График показательной функции

Логарифмическая функция $y = log\ x$, где $a > 0$ и $a \neq 1$. Логарифмическая функция обратно пропорциональна показательной функции (рис. 11).

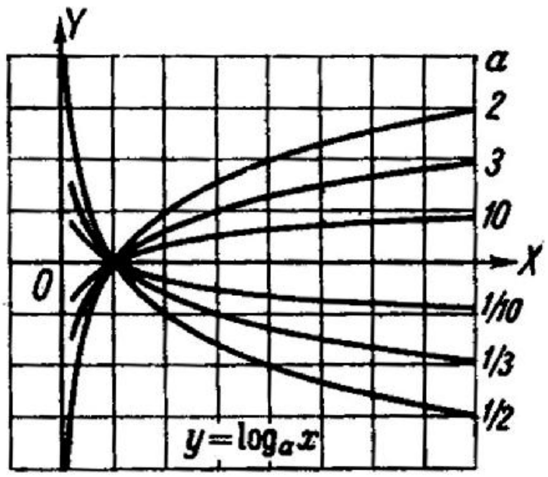


Рис. 11. График логарифмической функции

Тригонометрические, или круговые, функции являются простейшими периодическими функциями. Если график исследуемой функции при смещении его на некоторую величину вдоль оси абсцисс совместится сам с собой, то такая функция называется периодической. Все тригонометрические функции являются периодическими и имеют период, равный 2π (рис. 12-15). Для вещественных значений аргумента тригонометрические функции определяются геометрически при помощи круга и построенных в нем отрезков. При радиусе круга, равном единице, аргумент представляет собой длину дуги, а функция соответственно — длину отрезка, взятого с положительным или отрицательным знаком в зависимости от направления этих отрезков.

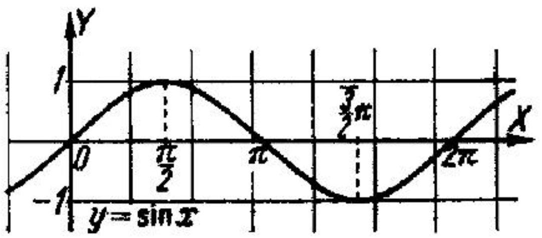


Рис. 12. График функции *sinx*

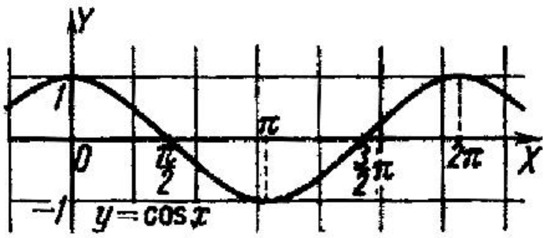


Рис. 13. График функции *cosx*

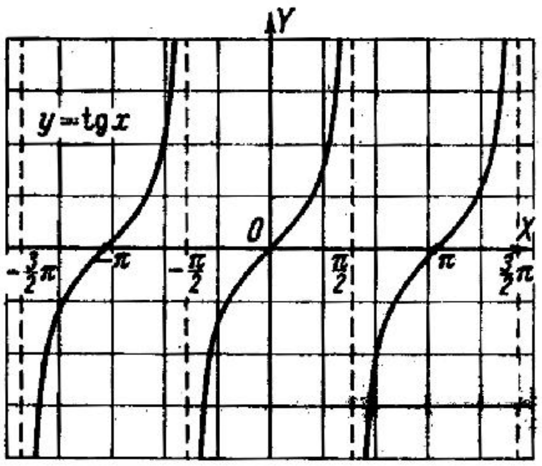


Рис. 14. График функции *tgx*

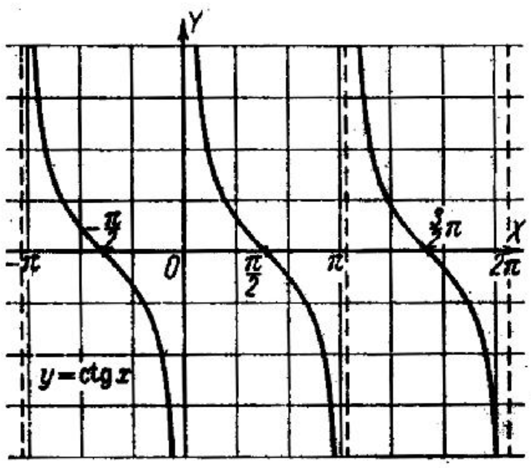


Рис. 15. График функции *ctgx*

При решении геометрических задач за аргумент тригонометрических функций чаще всего принимают величину центрального угла, выраженную в градусах. Тригонометрические функции связаны между собой, и эта связь выражается формулами приведения.

Обратные тригонометрические функции. Как и тригонометрические функции, обратные тригонометрические функции являются круговыми. К таким функциям относятся:

$y = \arcsin x$, если $x = \sin y$;

$y = \arccos x$, если $x = \cos y$;

$y = \mathrm{arctg}\, x$, если $x = \mathrm{tg}\, y$.

Так, *arcsin x* («аркус» — дуга) есть дуга, синус которой равен *x*. Все обратные тригонометрические функции многозначны, т. е. для каждой из них справедлива характеристика: одному значению *x* соответствует бесчисленное множество значений функции, так как бесконечное множество углов, например α, $180^\circ - \alpha$, $360^\circ + \alpha$, имеют одно и то же значение *sinx*.

Многие из рассмотренных выше зависимостей находят применение в судебной баллистике, трасологии и т. д. Выяснение таких вопросов, как дистанция стрельбы и местонахождение стрелявшего, имеет важное значение для дифференциации убийства или самоубийства, а также при определении механизма преступления.

Правильное представление о дистанции стрельбы *D* можно получить, учитывая следующие параметры: угол падения пули Θ_c; превышение ΔH, т. е. расстояние между точкой вылета и горизонталью, проходящей через входное отверстие пули в преграде; угол места цели ε. Данную кривую можно представить несколькими параболами (рис. 16). В справочной литературе по баллистике указывается справочный угол падения снаряда $\Theta_{c\alpha}$.

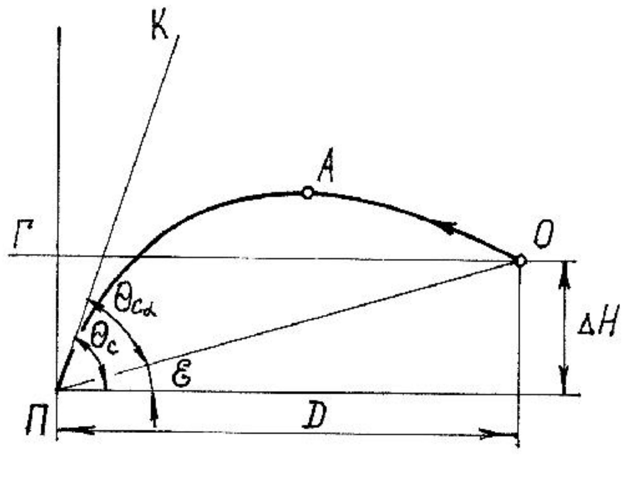


Рис. 16. Схема полета пули

Однако известно, что траектория полета пули соответствует кривой, которая близка к параболе. Практически эксперт сталкивается с восходящей траекторией полета снаряда, т. е. с восходящей ветвью параболы до точки А с координатами x_A и y_{max} (рис. 17). Общее уравнение параболы имеет следующий вид:

$$x^2 + ax + by + c = 0.$$

Зная координаты трех произвольных точек, принадлежащих данной кривой, можно установить значения коэффициентов *a, b, c* и впоследствии траекторию полета снаряда.

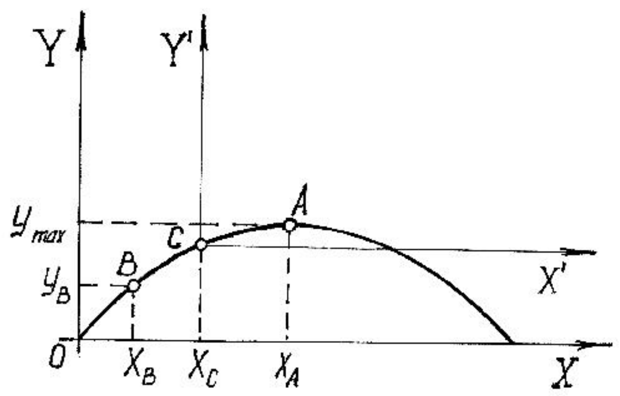


Рис. 17. График баллистической кривой

Одной из искомых точек может служить входное отверстие в объекте *П*, другой — отверстие в преграде, например в окне. Из уравнения параболы можно найти любую точку, в том числе и место, откуда был произведен выстрел. Если выстрел был произведен с близкого расстояния, то траектория полета пули близка к прямой линии. Поэтому на практике, если имеются два близко расположенных отверстия, например, в стеклах двойной оконной рамы, точку вылета определяют простым визированием.

2. Понятие скорости изменения функции

Нередко при проведении экспертных исследований возникает необходимость изучения функциональных зависимостей и скорости их изменения. Примером может служить определение одной из сенситометрических характеристик фотоматериала — коэффициента контрастности γ — как скорости изменения оптической плотности D почернения фотоматериала при увеличении экспозиции H. Определение этого коэффициента по графику характеристической кривой аналогично определению скорости изменения функции. При исследовании функциональной зависимости пройденного телом пути от затраченного на этот путь времени $S = f(t)$ под скоростью изменения функции понимается скорость движения тела V. Достаточно просто определяется скорость равномерного движения.

Под **равномерным** понимается такое движение, при котором тело за равные промежутки времени Δt проходит равные отрезки пути ΔS. Тогда под скоростью равномерного движения понимают путь, пройденный телом за единицу времени. Данное определение справедливо и для функциональных зависимостей. Равномерно изменяющаяся функция имеет постоянное значение при изменении аргумента на постоянную величину.

Когда тело проходит за равные промежутки времени различные по величине расстояния, т. е. скорость перемещения тела является переменной величиной, пользуются понятием «средняя скорость» движения, заменяя сложное движение равномерным. Средняя скорость, в свою очередь, зависит от выбранного момента времени t и от величины рассматриваемого промежутка времени Δt. Чем меньше промежуток времени Δt, тем в большей степени движение тела за указанный промежуток времени приближается к равномерному.

Мгновенную скорость можно определить следующим образом: если за некоторое малое время Δt тело прошло путь ΔS, тогда его средняя скорость $Vcp = S/\Delta t$, причем эта скорость будет тем точнее определять мгновенную скорость движения тела, чем меньше промежуток времени Δt:

$$V = \lim_{\Delta t \to 0} V_{cp} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta S}{\Delta t}.$$

Из приведенного уравнения видно, что скорость есть предел отношения пути, пройденного телом, к затраченному на этот путь времени, при условии, что Δt стремится к нулю (становится бесконечно малой величиной). Таким образом, отношение $\Delta S/\Delta t$ стремится к пределу при стремлении Δt к нулю.

Величина этого предела и есть мгновенная скорость:

$$V = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}.$$

Понятие «мгновенная скорость» применимо при проведении трасологической экспертизы, а в частности — при определении тормозного пути автомобиля, определении скорости движения автомобиля в момент столкновения с преградой, а также для определения дистанции безопасного движения. Ответ на данные вопросы можно получить благодаря расчетам, основанным на установлении зависимости между длиной следа тормозного пути и скоростью движения автомобиля.

В определении скорости изменения функции встречаются новые понятия: «бесконечно малая величина», «предел функции». Они рассматриваются в разделе математики «дифференциальное исчисление».

3. Предел функции. Бесконечно малые и бесконечно большие величины

Наличие или отсутствие предела в рассматриваемой точке является одной из наиболее важных характеристик функции. Пределом функции $y = f(x)$ в точке $x = x_0$ называется такое число A, при котором соблюдается следующее неравенство:

$$|A - f(x_0)| = \varepsilon < \delta.$$

Другими словами, разность между пределом A функции $y = f(x_0)$ и ее значением в точке $x = x_0$ равняется такому числу ε, которое всегда будет меньше любого наперед заданного сколь угодно малого числа δ. Символически понятие предела выражается следующим образом:

$$\lim_{x \to x_0} f(x) = A.$$

Пример: $f(x) = 3x + 2$, если $x \to 1$ то $f(x) \to 5$.

При вычислении пределов необходимо пользоваться следующими правилами:

1. Предел суммы нескольких величин равен сумме их пределов:

$$\lim (x+y) = \lim x + \lim y.$$

2. Предел произведения нескольких величин равен произведению пределов этих величин:

$$\lim (x \cdot y) = \lim x \cdot \lim y.$$

3. Предел частного равен отношению пределов, если предел знаменателя отличен от нуля:

$$\lim (x/y) = \lim x / \lim y.$$

4. Постоянный множитель выносится за знак предела:

$$\lim (cx) = c \lim x.$$

Данные правила вычисления пределов следует дополнить двумя замечательными пределами:

$$\lim_{x \to 0} \frac{\sin x}{x} = 1,$$

где $\sin x$ и x при $x \to 0$ — эквивалентные бесконечно малые величины. В данном случае при малых значениях x величину $\sin x$ можно заменить его приближенным значением, равным x.

$$e = \lim_{x \to 0} (1 + x)^{1/x} \cdot$$

Число *e* — экспонента (от *exponent* — показатель) имеет важное значение в математике при решении задач на геометрические прогрессии и сложные проценты.

Число *e* есть предел, к которому стремится выражение (1+1/*n*)*n* при неограниченном возрастании числа *n*, и равно 2,718.

В теории вероятности многие функции распределения выражаются через показательную функцию, основанием которой является число е. Данное число также принято за основание системы натуральных логарифмов.

В дифференциальном исчислении приходится определять отношение между бесконечно малыми величинами. Под **бесконечно малой** понимается переменная величина, которая, начиная с некоторого значения, становится меньше любого наперед заданного числа, то есть ее предел равен нулю:

$$\lim_{x \to a} y = 0 \cdot$$

В свою очередь, функция $y = f(x)$ называется бесконечно большой величиной, если предел данной функции при $x \to a$ равен $+\infty$.

Понятие «бесконечно малая величина» не следует путать с понятием «очень малая величина». Например, размер атомного ядра, равный 10^{-15} м, не является бесконечно малой величиной, так как он больше числа 10^{-16} м.

Бесконечно малые величины обладают рядом свойств:

1. Сумма определенного числа бесконечно малых величин есть также величина бесконечно малая.

2. Произведение бесконечно малой величины (или постоянной) на бесконечно малую есть бесконечно малая величина.

Различные функции могут по-разному стремиться к нулю (если ноль является их пределом). При этом может оказаться, что одна функция медленнее приближается к нулю, чем другая. Отсюда следует понятие порядка одной бесконечно малой величины по отношению к другой. При делении бесконечно малых величин возможны три случая:

— если отношение двух бесконечно малых величины α и β стремится к пределу α, конечному и отличному от нуля, считается, что бесконечно малые величины α и β одного порядка;

— если предел отношения двух бесконечно малых величин α и β равен 1, то данные бесконечно малой величины являются эквивалентными бесконечно малыми величинами;

— если предел отношения α и β равен нулю, то α — бесконечно малая величина высшего порядка по сравнению с заданной величиной β.

4. Понятие производной

Предел отношения приращения функции к приращению независимой переменной при стремлении к нулю приращения независимой переменной имеет первостепенное значение как для высшей математики, так и для ее практического применения. Поэтому предел такого отношения имеет специальное название: «производная функции» или просто «производная».

Производной функции в данной точке называется предел средней скорости изменения функции при условии $\Delta x \to 0$, если он существует. В математике операцию нахождения производной называют дифференцированием. Производную функции $y = f(x)$ обозначают следующим образом:

$$y' = \frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}.$$

Для вычисления производной функции в данной точке необходимо найти предел отношения приращения функции к приращению аргумента при условии, что приращение аргумента стремится к нулю.

Для примера вычислим производную квадратичной функции $y = x^2$. В произвольно выбранной точке x будет справедливо отношение:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{(x + \Delta x)^2 - x^2}{\Delta x} = \frac{2x \cdot \Delta x + (\Delta x)^2}{\Delta x} = 2x + \Delta x \cdot$$

Теперь легко найти предел: очевидно, что если величина представляет собой сумму слагаемого, не зависящего от Δx (в данном случае $2x$), и самого Δx, то при стремлении Δx к нулю останется просто слагаемое, не зависящее от Δx:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{d(x^2) - x^2}{dx} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} (2x + \Delta x) = 2x \cdot$$

Представляется интересным разобрать понятие «производная функции», а также ее физический и геометрический смысл. Рассмотрим график некоторой функции (рис. 18). Чтобы определить производную в произвольно выбранной точке, необходимо значению аргумента дать приращение. Этому приращению аргумента соответствует приращение функции.

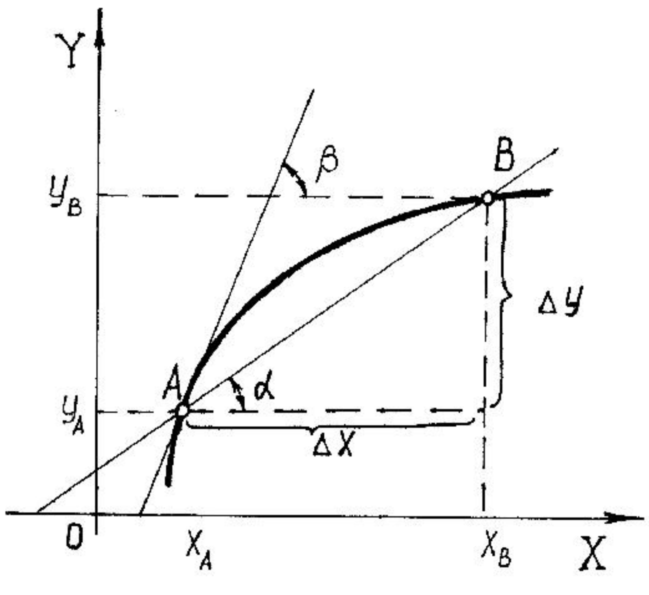


Рис. 18. Геометрический смысл производной

Из рисунка видно, что отношение приращения функции к приращению аргумента равно тангенсу угла наклона секущей *AB* к оси *X*. Для нахождения производной в точке *x* необходимо определить предел отношения приращения функции к приращению аргумента. Таким образом, производная равна тангенсу угла наклона α касательной к кривой в точке определения производной.

Для наглядного и быстрого представления о поведении функции и скорости ее изменения на практике применяется геометрический метод определения производной функции. Построение по графику функции $y = f(x)$ графика ее производной $y' = f'(x)$ называется графическим дифференцированием (рис. 19).

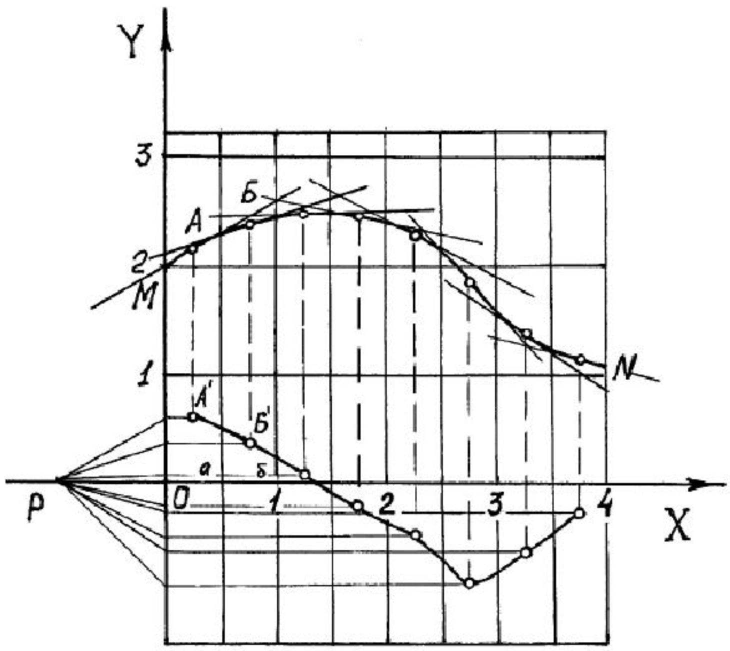


Рис. 19. Графическое дифференцирование функции

Смысл его состоит в следующем. Пусть имеется график функции $y = f(x)$.Разобьем проекцию кривой на оси 0X на столь малые отрезки, чтобы соответствующие части кривой по возможности мало отличались от прямолинейных отрезков. Эти элементарные отрезки оси 0X должны иметь тем меньший размер на участках, где функция изменяется быстрее. Проведем ординаты *Aa*, *Бб* … из середин отрезков *a, б*… Затем, отметив на горизонтальной оси полюс *P* на расстоянии *0P* = 1, проведем через него прямые, параллельные касательным к данной кривой функции $y = f(x)$. Из точек пересечения данных отрезков с осью *0Y* проведем прямые, параллельные оси *0X,* до пересечения с соответствующими ординатами в точках *A′*, *Б′*. Полученная кривая будет характеризовать скорость изменения исследуемой функции на заданных интервалах.

На участках кривой, где производная положительна, скорость возрастания функции также положительна (функция возрастает). При убывании функции ее производная отрицательна. Таким образом, с физической точки зрения, производная представляет скорость изменения функции.

Интерес представляют точки при производной, равной нулю. Они называются экстремумами функции. Если до экстремальной точки производная была положительной, а потом стала отрицательной, то в этой точке функция достигает максимума. Если при прохождении экстремальной точки производная меняет знак с (-) на (+), то такая точка называется минимумом. Если при прохождении экстремальной точки производная функции была и осталась положительной либо была и осталась отрицательной, то такие точки называются точками перегиба. В этих точках функция имеет прогиб.

Точки максимума и минимума нельзя отождествлять с максимальным и минимальным значениями функции.

Из понятия производной следует, что для отыскания ее величины необходимо обеспечить приращение функции, затем разделить его на соответствующее приращение независимой переменной и найти предел этого отношения при условии $\Delta x \to 0$. Теперь рассмотрим несколько случаев определения производной простейших функций.

1. Производная постоянной величины равна нулю. Объясняется это тем, что приращение функции в данной точке равно нулю. По этой самой причине постоянный множитель выносится за знак производной:

$$c' = 0, \text{ где } c \text{ — постоянная величина.}$$

Производная переменной величины равна 1.

2. Производная степенной функции равняется произведению показателя степени на основание в степени на единицу меньше:

$$(xn)' = nx^{n-1}.$$

3. Производная от суммы нескольких функций равна сумме производных этих функций.

4. Производная от произведения двух функций равна произведению первой функции на производную второй, плюс произведение второй функции на производную первой:

$$(uv)' = u'v + uv'.$$

5. Производная частного двух функций равна отношению разности производной числителя на знаменатель, минус производная знаменателя, умноженная на числитель, к квадрату знаменателя:

$$(u/v)' = (vu' - uv')/v^2.$$

Если производная положительна, то скорость возрастания функции тоже положительна (функция возрастает). При убывании функции ее производная отрицательна.

Определение производных осуществляется с учетом формул дифференцирования элементарных функций, приведенных в справочной литературе по дифференциальному исчислению.

Литература

1. *Выгодский М. Я.* Справочник по элементарной математике. М., 1971.

2. *Зельдович Я. Б.* Высшая математика для начинающих и ее приложения к физике. М., 1970.

3. Использование математических методов в криминалистических экспертных исследованиях / Под ред. Г. Л. Грановского. Волгоград, 1981.

ЛЕКЦИЯ 3

ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ В КРИМИНАЛИСТИЧЕСКОЙ ЭКСПЕРТИЗЕ

Наибольшее применение в криминалистике, особенно в криминалистической технике, изучающей технические средства и методы работы с вещественными доказательствами, нашли геометрические методы.

Геометрические методы позволяют точно зафиксировать материальные следы преступлений и получить о них количественную информацию. Объективная регистрация размеров предметов, имеющих доказательственное значение, способствует их индивидуализации. Наличие в уголовном деле точных данных о размерах определенных предметов и их частей, а также о расстояниях между предметами обстановки места происшествия, дает возможность успешно анализировать вещественные доказательства с целью выяснения их роли в совершении и расследовании преступления.

Методы геометрии приложимы ко всем без исключения криминалистическим объектам: следам рук, ног, зубов человека, обуви, транспортных средств, орудиям взлома, огнестрельному оружию, признакам его применения, документам-вещественным доказательствам и т. д.

1. Геометрические методы. Разделы геометрии и их применение в различных отраслях экспертной деятельности

Прежде чем рассматривать особенности применения геометрических методов в криминалистике, следует разобраться в самом понятии «геометрия» и ее отраслях.

Геометрия — это наука о свойствах геометрических фигур. Слово «геометрия» — греческое, в переводе на русский язык означает «землемерие». Такое название связано с ее применением для измерений на местности.

Геометрия является разделом математики, изучающим пространственные отношения (например, взаимное расположение) и формы (например, геометрические тела). В геометрию входят следующие разделы: планиметрия, аналитическая геометрия, начертательная геометрия, дифференциальная геометрия и др.

Наиболее часто в криминалистике и судебной экспертизе для решения практических задач используются положения планиметрии, аналитической и начертательной геометрии (схема 2).

Схема 2

Схема использования отдельных положений геометрии при решении экспертных задач

	Разделы геометрии		Используемые положения геометрии		Задачи, решаемые в экспертной практике
ГЕОМЕТРИЯ →	ПЛАНИМЕТРИЯ	→	Теорема Пифагора. Соотношения между сторонами и углами в прямоугольном треугольнике. **Подобие геометрических фигур**	→	Расчет высот. Установление места нахождения стрелявшего. Определение ширины клинка по повреждениям. Определение колеи и базы автомобиля
ГЕОМЕТРИЯ →	АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ	→	Прямоугольная и полярная система координат. Преобразование системы координат. Построение функциональных зависимостей	→	Кодирование графической информации для ввода ее в ЭВМ (в АИПС) при проведении дактилоскопических, почерковедческих и портретных экспертиз
ГЕОМЕТРИЯ →	НАЧЕРТАТЕЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ	→	Теория перспективы	→	Определение размеров и взаимного расположения объектов по фотоснимкам при расследовании преступлений

Планиметрия — раздел элементарной геометрии, в котором изучаются свойства фигур, лежащих в плоскости.

Тригонометрия, являясь частью планиметрии, изучает отношения между сторонами и углами треугольника.

Обращаться к положениям планиметрии криминалистам приходится при расчетах, особенно в криминалистической фотографии, судебной баллистике и трасологии, где используются размерные зависимости между сторонами прямоугольного треугольника, нашедшие отражение в теореме Пифагора. Многие важные для расследования вопросы выясняются с помощью тригонометрических функций острого угла. Последние применяются, например, в судебной баллистике, при расчетах, производимых для определения точного места нахождения стрелявшего, и в трасологии — с целью установления ширины клинка холодного оружия по величине разреза.

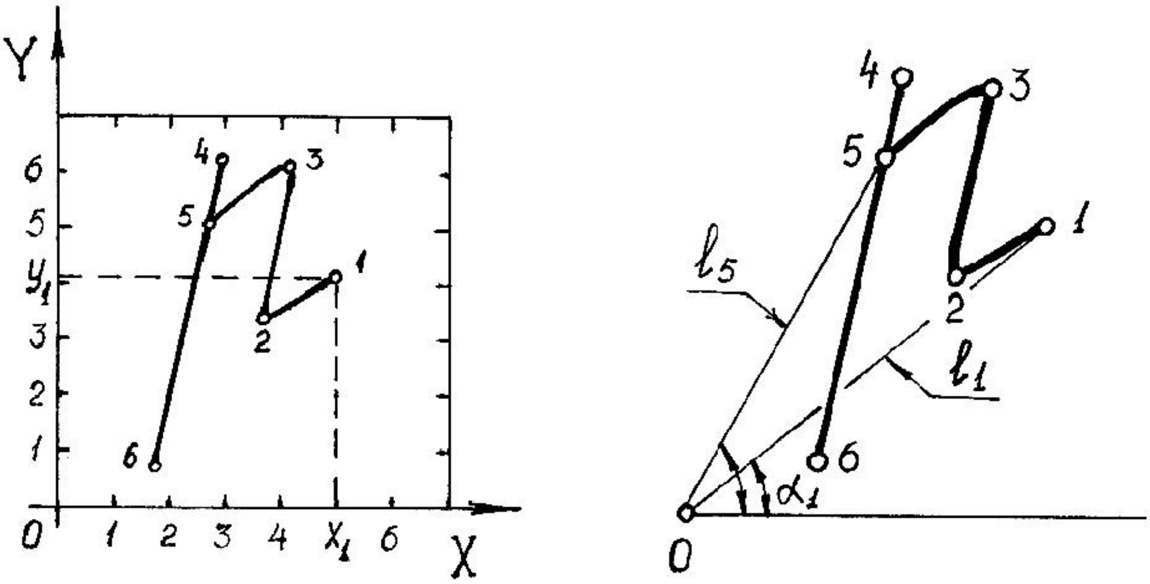
Аналитическая геометрия — раздел геометрии, в котором свойства геометрических образов (точек, линий, поверхностей) устанавливаются средствами алгебры при помощи метода координат.

Аналитическая геометрия представляет собой комбинацию из элементарной алгебры и геометрии. Если геометрия имеет дело с точками и фигурами, а элементарная алгебра оперирует числами, то аналитическая геометрия рассматривает точки, обозначенные алгебраическими числами. Для обозначения такой точки применяется координатная система, образуемая взаимным пересечением горизонтальной линии (ось абсцисс, или *X*) и вертикальной (ординат, или *У*).

Точка обозначается двумя числами, называемыми координатами. Таким образом кодируется любая графическая информация, в том числе и о различных объектах криминалистических экспертиз при вводе ее в компьютер (почерк, портрет, папиллярные узоры следов пальцев рук, трассы следов на пулях и гильзах и т. д.). Созданы специальные алгоритмы для исследования и идентификации различных по сложности и располагающихся в разных ракурсах объектов и следов, которые используются в автоматизированных информационно-поисковых системах (АИПС) идентификации различных следов, например, автоматизированных дактилоскопических информационных системах (АДИС) «Сонда-плюс», «Папилон» или автоматизированной системе портретной идентификации (АСПИ) и др.

Если нужно закодировать какой-нибудь графический объект, например, букву «р», ее изображение помещают в первую четверть прямоугольной системы координат и условно делят на элементарные части (точки или отрезки). Координаты этих элементов и служат тождественной кодовой информацией о конфигурации данного письменного знака (объекта) (рис. 20 а).

Другой способ кодирования состоит в том, что знак располагается над горизонтальной осью, а местоположение его элементов (точек или отрезков) относительно нуля определяется через расстояние L и угол α (рис. 20 б).



а б

Рис. 20. Кодирование знаков с помощью прямоугольной (а) и полярной (б) системы координат

Так, в АДИС «Сонда-плюс» при кодировании петлевых папиллярных узоров в качестве характеристик центра петли используют координаты и угол наклона вектора {*x; y; α*}, указывающего направление потока папиллярных линий из точки центра. Для представления индивидуальных особенностей папиллярных узоров (особых точек: начала, окончания папиллярных линий, их слияния и разветвления), используют кодирование с помощью прямоугольной системы координат (рис. 21).

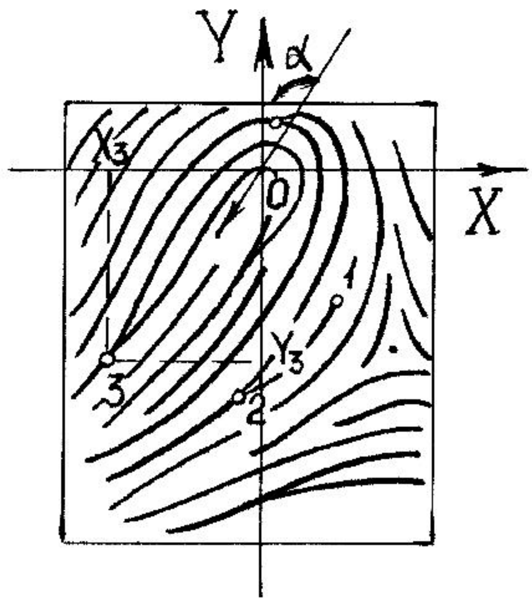


Рис. 21. Кодирование петлевого папиллярного узора в АДИС «Сонда-плюс»:
0 — центр петли; *1* — окончание папиллярной линии;
2 и 3 — разветвление папиллярных линий

При третьем способе кодирования на изображение знака помещается координатная сетка (рис. 22). При этом изображение знака

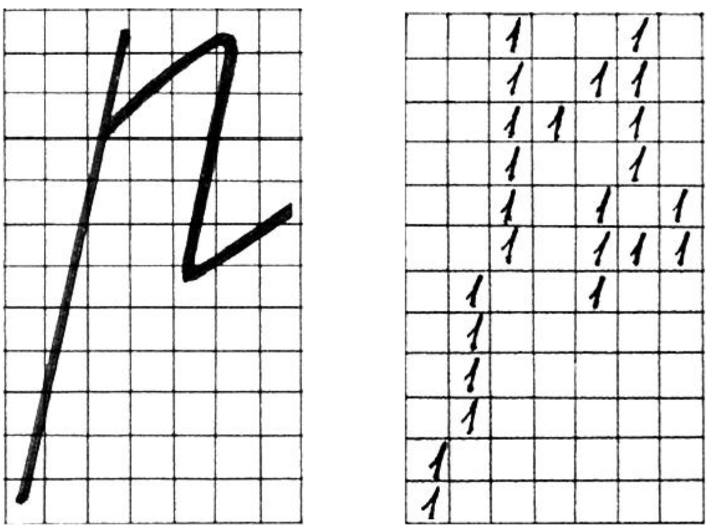


Рис. 22. Кодирование знака при помощи координатной сетки
(пустые клетки справа соответствуют нулевому значению бита)

раскладывается на отдельные элементы, соответствующие клеткам сетки. Информация кодируется с помощью битов[1], которые могут иметь два значения: 1 и 0. Если в клетке находится элемент знака, то ей присваивается значение 1, а если клетка оказалась пустой — 0. Показатели всех клеток последовательно записываются слева направо и сверху вниз. Например, код буквы «р»: 0010010 0010110 0011010 0010010 0010101 0010111 0100100 0100000 0100000 0100000 1000000 1000000.

В качестве «читающего» элемента используются сканирующие системы (теле-, видеокамеры и сканеры), которые считывают всю информацию, располагающуюся в поле их действия. Закодированная информация вводится в память компьютера. Далее в автоматическом режиме происходит поиск наиболее похожих объектов (следов), находящихся в базе данных, и формируется так называемый рекомендательный список из наиболее похожих объектов. Идентификация же конкретного следа производится экспертом вручную.

При этом используются такие положения аналитической геометрии, как: прямоугольная система координат, полярная система координат, преобразование системы координат и т. д.

Начертательная геометрия — радел геометрии, в котором пространственные фигуры изучаются по их изображениям на плоскости. Основным методом построения изображения служит проекция предмета на плоскость. Главные задачи начертательной геометрии: способы построения проекций изображений (чертежей) и методы решения пространственных задач при помощи проекций изображений[2].

Для получения количественной информации из фотоизображений в криминалистической практике используются методы построения перспективных изображений, которые основываются на таких разделах геометрии, как проективная и начертательная геометрия. Положения геометрии используются при проведении измерительной фотосъемки в процессе осмотра места происшествия (например, связанного с ДТП). При этом, используя геометрические построения, удается по измерительным и даже обычным фотоснимкам получать информацию о размерах запечатленных предметов и их взаиморасположении. Это позволяет использовать в доказывании точную количественную информацию.

---

[1] Бит — наименьшая единица цифровой информации.

[2] См.: Политехнический словарь / Редкол.: А. Ю. Ишлинский (гл. ред.) и др. 3-е. изд., перераб. и доп. М., 1989. С. 114.

2. Применение геометрических методов для измерений в криминалистике

2.1. Применение геометрических методов при определении высот

Для определения некоторых размеров объектов при осмотре места происшествия, когда по разным причинам нет возможности произвести их измерение, приходится производить расчеты.

Иногда при расследовании возникает необходимость в определении значительных высот, непосредственное измерение которых в данных условиях невозможно или сопряжено с большими трудностями. Примеры такого рода дают, в частности, уголовные дела, возбуждаемые в связи со смертью человека, разбившегося при падении с высоты. При этом существенное значение имеет установление причин расследуемого события, т. е. решение вопроса о том, что фактически произошло — свободное падение тела или его сбрасывание. Первое характерно для несчастных случаев, а второе — для убийства. Решение указанной задачи предполагает наличие данных о высоте падения тела и степени его отклонения от вертикали. На них основывается эксперт, производя необходимые расчеты и опытные действия.

С определением высоты падения тела приходится сталкиваться в ходе расследования несчастных случаев, являющихся результатом нарушения правил техники безопасности при производстве строительных работ.

Следует упомянуть также определение расстояния от уровня земли до пулевого повреждения, находящегося на значительной высоте. Знание этого расстояния необходимо для установления места нахождения стрелявшего по делам об убийствах.

Невозможность или затруднительность непосредственного измерения значительных высот с помощью рулетки, шнура, мягкого или складного метра обусловливается либо отсутствием соответствующих измерительных средств, либо особенностями осматриваемого объекта и его расположения, не позволяющими приблизиться к тому или иному пункту отсчета. Например, подойти к объекту мешает канава, наполненная водой; подняться на нужную высоту не удается из-за отсутствия лестницы требуемой длины.

В подобных случаях высоту можно установить путем визирования. Имеется несколько способов определения высот, все они основываются на использовании таких простейших положений геометрии, как теорема подобия.

Теорема подобия гласит:

1) подобными треугольниками называются такие, у которых углы соответственно равны либо стороны пропорционально сходственны;

2) сходственные стороны лежат между соответственно равными углами и противолежат равным углам;

3) к подобным, в частности, относятся два таких треугольника, второй из которых образован путем отсекания линией, параллельной какой-нибудь стороне первого.

Рассмотрим некоторые способы определения высот путем визирования.

Измеряемой высотой является расстояние от *C´* до *B´* (рис. 23).

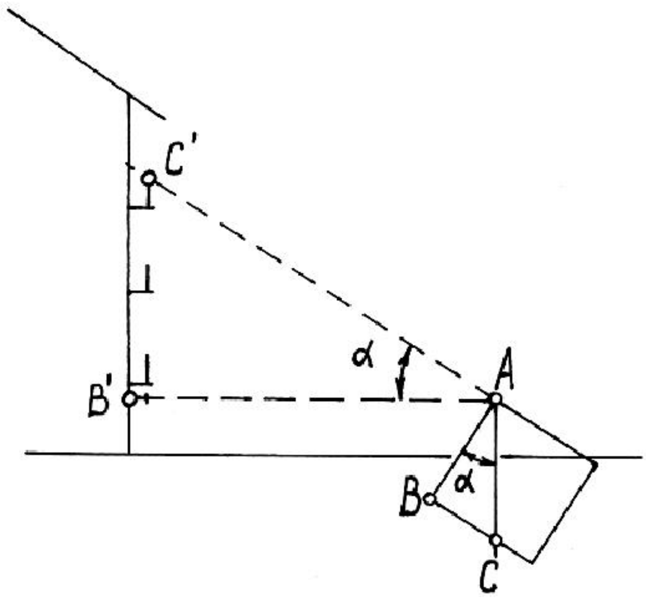


Рис. 23. Схема определения высоты посредством простейшего высотомера с отвесом

Для расчета высот можно применять высотомер следующей конструкции. Он представляет собой квадрат из фанеры или плотного картона. К одному из углов квадрата прикреплен отвес.

При визировании одну из сторон, верхний конец которой совмещается с точкой крепления отвеса, располагают на одной прямой линии с точкой, высота которой подлежит определению. Правильное расположение прибора показано на рис. 23.

В зависимости от измеряемой высоты нить отвеса пересекает противоположный край высотомера в той или иной точке (*C*). Треугольники $C'B'A$ и ABC подобны как прямоугольные с соответственно параллельными сторонами и равными острыми углами ($C'AB'$ и CAB).

Можно составить уравнение:

$$\frac{C'B'}{CB} = \frac{B'A}{AB}.$$

Из него следует, что:

$$C'B' = \frac{B'A \cdot CB}{AB}.$$

Все величины, входящие в указанное уравнение, измеряются непосредственно. Прибавив к значению $C'B'$ высоту точки B' над землей, можно получить окончательный результат.

Высота может быть определена и при отсутствии какого-либо прибора, с помощью записной книжки и карандаша. Карандаш вставляется в имеющуюся при записной книжке петельку или в промежуток между корешком переплета и сброшюрованными листами. Визирование заключается в расположении на одной прямой линии верхнего, ближнего к наблюдателю угла книжки, окончания выступающего отрезка карандаша и точки, высоту которой требуется определить (рис. 24).

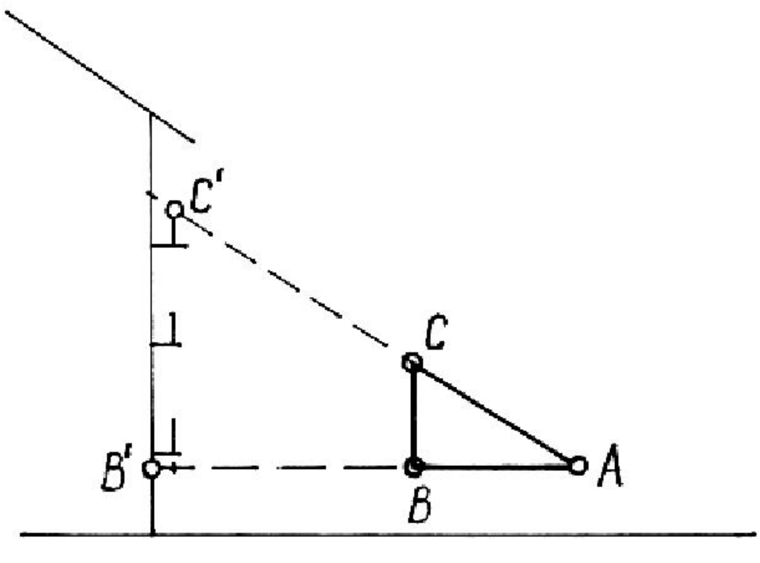


Рис. 24. Схема определения высоты посредством записной книжки и карандаша

Поскольку треугольники $AB'C'$ и ABC подобные, то можно записать уравнение:

$$\frac{C'B'}{CB} = \frac{AB'}{AB}.$$

Из него следует, что:

$$C'B' = \frac{AB' \cdot CB}{AB}.$$

Отрезки AB', CB и AB измеряются непосредственно. Искомую высоту определяют прибавлением к значению $C'B'$ высоты точки B' над землей (расстояние от земли до верхнего края книжки).

Существует также способ определения высоты при помощи шеста. Перед измеряемым объектом размещают шест. При этом O — точка расположения глаза наблюдателя; AB — расстояние между верхней частью шеста и высотой расположения глаза человека, производящего визирование; $A'B'$ — определяемая высота относительно уровня глаз наблюдателя (рис. 25).

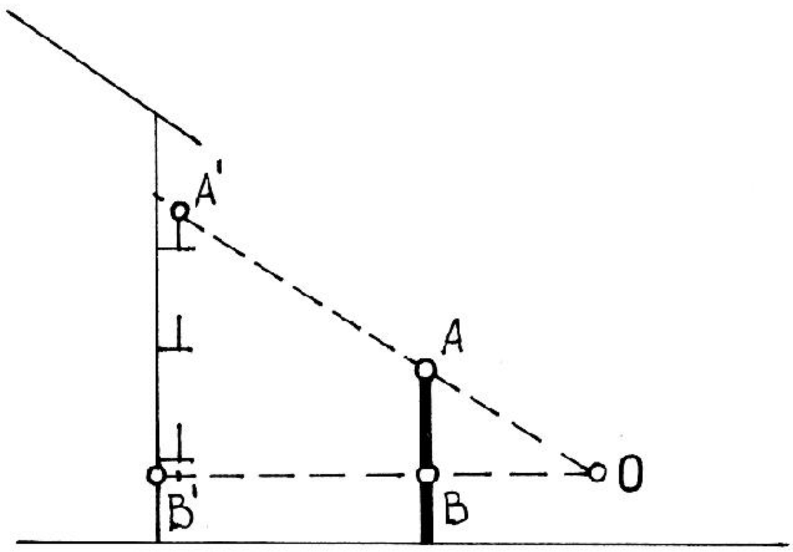


Рис. 25. Схема визирования при помощи шеста

Ввиду подобия треугольников $A'B'O$ и ABO можно составить уравнение:

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{OB'}{OB}.$$

Из него следует, что:

$$A'B' = \frac{OB' \cdot AB}{OB}.$$

Искомую высоту можно получить, прибавив к значению $A'B'$ высоту расположения глаза при визировании над уровнем земли.

2.2. Применение геометрических методов при установлении ширины клинка холодного оружия

Одним из важных в практическом отношении вопросов, решаемых при исследовании неогнестрельных повреждений, является установление ширины клинка колюще-режущего оружия.

Задача оказывается весьма простой в тех случаях, когда повреждение причиняется оружием, направленным перпендикулярно к плоскости поражаемого объекта. При этом длина отверстия равна ширине клинка. Исследование значительно затрудняется, если клинок входит в преграду под острым углом. В таком случае ширина клинка может быть определена по формулам тригонометрических функций острого угла. В качестве исходных данных при расчетах используются длина отверстия и угол, под которым клинок вошел в преграду.

Угол вхождения клинка в благоприятных случаях удается определить по величине смещения краев повреждения на двух объектах (например, на воротнике и спинке одежды); по направлению раневого канала, с учетом размещения повреждения на одежде.

Вычислению ширины клинка предшествует соответствующее геометрическое построение (рис. 26).

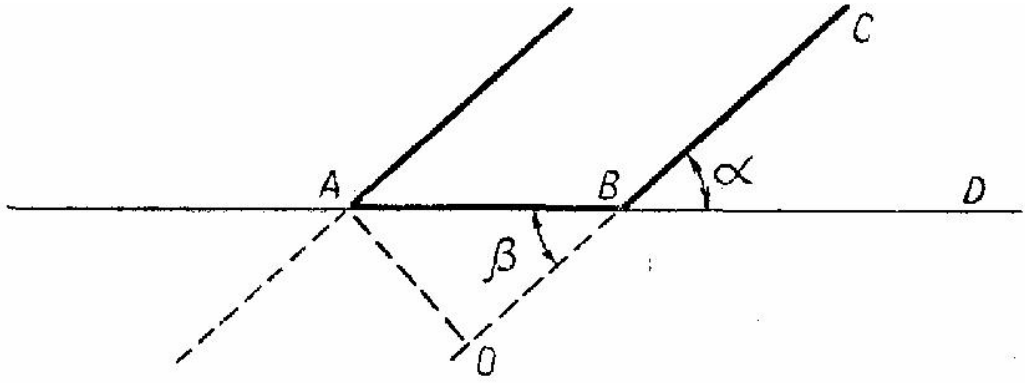


Рис. 26. Геометрическое построение при определении ширины клинка колюще-режущего орудия

Отрезок *АВ* означает длину повреждения, *СВО* — направление действия орудия, *СВД* — угол, под которым клинок вошел в преграду. Опустив перпендикуляр из точки *А* на линию *СВО,* получаем прямоугольный треугольник. Углы *АВО* (β) и *СВД* (α) равны как вертикальные. Если имело место лишь поступательное движение оружия, т. е. по направлению его продольной оси, ширине клинка будет соответствовать отрезок, величина которого определяется по формуле:

$$AO = AB \cdot \sin\beta .$$

Измерив угол вхождения клинка, находят его синус.

Точность вычисления состоит в прямой зависимости от точности исходных данных, получаемых путем измерения длины повреждения и угла вхождения клинка в преграду. Эти величины должны определяться с особой тщательностью. Рекомендуется измерять длину исследуемого повреждения с помощью микроскопа. Нередко удается получить результат, имеющий лишь относительное значение, т. е. установить, что ширина клинка не превышает некоторый определенный размер.

Описанное вычисление неприменимо, если поступательное движение клинка сопровождалось боковыми движениями. В литературе отмечается, что для таких случаев характерны следующие признаки: извилистость повреждения, значительная разволокненность нитей возле острого конца повреждения на текстильной ткани, неравномерность концов нитей по краям повреждения.

2.3. Применение геометрических методов при определении колеи и базы автомобиля по следам поворота

При расследовании преступлений, связанных с использованием преступниками автомобильного транспорта, большое значение для розыска имеет установление колеи и базы автомобиля, на котором скрылись преступники.

Колея *— это расстояние между средними линиями беговых дорожек колес, расположенных на одной оси. Ширина колеи является признаком, характерным либо для определенной марки автомобиля, либо для автомобилей нескольких марок, принадлежащих одному виду.*

База автомобиля *— это расстояние между его передней и задней осями.*

Определение базы автомобиля по следам колес, образованным во время стоянки, при пробуксовке или развороте с применением заднего хода не представляет большого труда.

Во время стоянки на поверхности грунта (асфальта, снега), с которой соприкасаются шины, иногда образуются более вдавленные участки, проталины, остаются осыпавшиеся с шин частицы земли. Между следами колес могут быть обнаружены пятна смазки из картера заднего или переднего моста автомобиля.

При развороте с применением заднего хода автомобиль останавливается как минимум дважды, в результате чего образуются границы (окончания и начала) следов передних и задних колес. Соединив эти границы, можно получить линии, соответствующие осям автомобиля. Результаты замеров сопоставляют с соответствующими справочными данными.

Сложнее, когда на месте происшествия встречаются следы поворота. В таких случаях для определения колеи и базы автомобиля можно применять способ, предложенный В. А. Ярмаком.

Способ определения колеи и базы автомобиля на месте происшествия предусматривает несложные геометрические построения и расчет искомых величин с использованием несложного математического аппарата.

При повороте транспортного средства величина колеи передних колес *($K_п$)* может быть найдена из треугольника *ABC* (рис. 27), для построения которого траекторию движения правого переднего колеса продолжают до пересечения в точке *C* с перпендикуляром *AO'*.

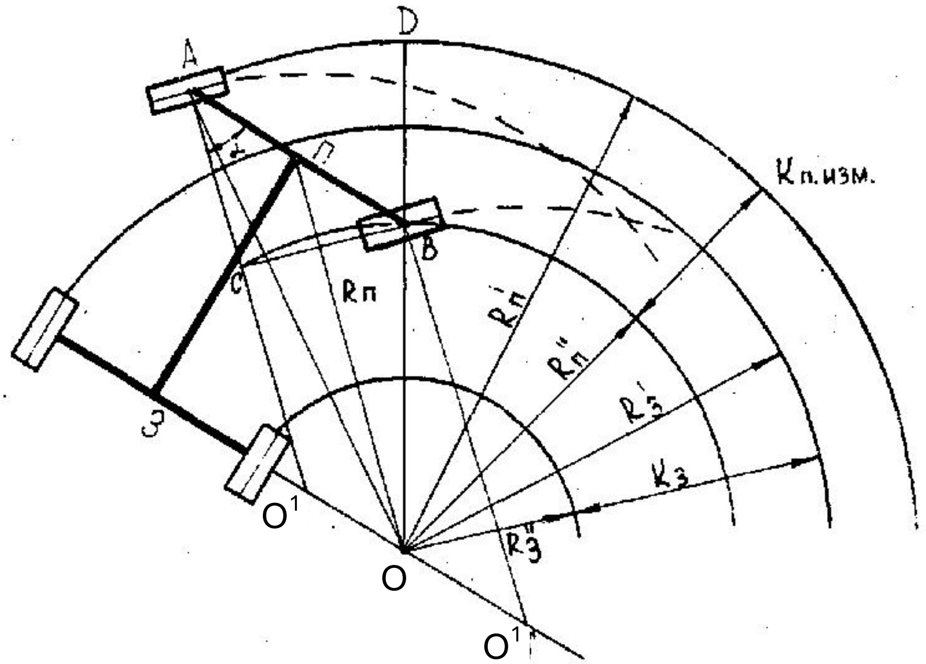


Рис. 27. Схема установления колеи автомобиля по следам поворота

Соединяя указанную точку с центром пятна контакта *(B),* получим искомый треугольник. Учитывая, что радиус поворота автомобиля всегда намного больше (в пять и более раз) колеи его передних колес, можно допустить, что указанный треугольник является прямоугольным, а катет *AC с* высокой степенью точности совпадает с кратчайшим расстоянием между траекториями (следами) передних колес *(AC = ВД).* Указанные допущения проверены и подтверждены точными геометрическими построениями. Таким образом, колею передних колес определяют по формуле:

$$K_п = \frac{R'_п - R''_п}{\cos\alpha},$$

где $R'_п$ — радиус поворота наружного переднего колеса;

$R''_п$ — радиус поворота внутреннего переднего колеса;

α — угол поворота передних колес.

Для определения угла α рассмотрим треугольник *ОПЗ*, у которого угол *ПОЗ* имеет ту же величину. Из этого следует, что

$$cos\alpha = \frac{R''_з + \frac{K_з}{2}}{R_п},$$

где $R''_з$ — радиус поворота внутреннего заднего колеса;

$K_з$ — колея задних колес;

$R_п$ — радиус поворота центра передней оси, который может быть найден по формуле:

$$R_п = \frac{R'_п - R''_п}{2}, \text{ или}$$

$$R_п = R''_п + \frac{K_{п.изм.}}{2},$$

где $K_{п.\ изм}$ — измеренное расстояние между следами передних колес.

Таким образом, делая все необходимые подстановки и преобразования, вычисляем $K_п$:

$$K_п = \frac{R'^2_п - R''^2_п}{2R''_з} + K_з.$$

База автомобиля *(Б)* может быть найдена из треугольника *ПОЗ* по теореме Пифагора:

$$Б = \sqrt{\frac{(R'_п + R''_п)^2}{4} - \left(R''_з + \frac{K_з}{2}\right)^2}.$$

Радиусы поворота колес по их траекториям (следам) можно определить из формулы при известных хордах *(B)* и высотах сегментов *(H)* (рис. 28):

$$R = \frac{\frac{B^2}{4} + H^2}{2H}.$$

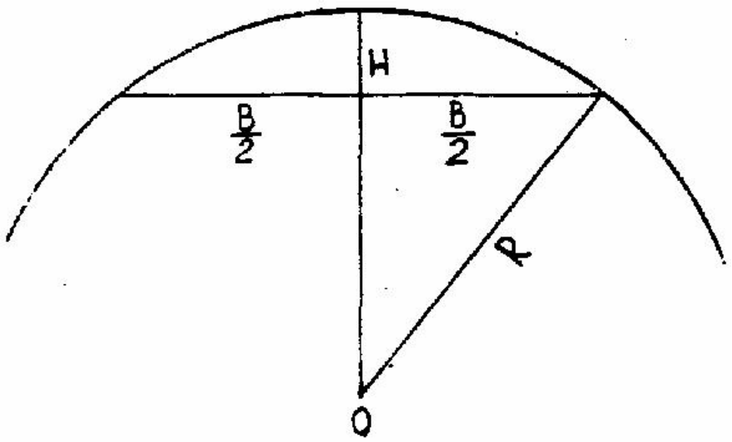


Рис. 28. Схема определения базы автомобиля по следам поворота

Результаты вычислений сравнивают со справочными данными по транспортным средствам и определяют тип, вид, модель транспортного средства, т. е. его групповую принадлежность.

3. Применение геометрических методов в измерительной фотографии

Размеры и взаимное расположение сфотографированных объектов могут быть определены по фотоснимкам, причем, как изготовленным по правилам измерительной фотографии, так и по обычным снимкам.

Правильно выполненный фотоснимок не только иллюстрирует обстановку на месте происшествия, но и является источником количественной информации. Так, применение измерительной фотосъемки при осмотре места происшествия (особенно дорожно-транспортного) позволяет получать результаты, недоступные другим способам фиксации. С помощью масштабных фотоснимков можно производить любые измерения объектов на месте происшествия, что особенно ценно, когда объекты труднодоступны для непосредственного измерения.

Методы построения чертежей объемно-пространственных фигур и способы решения геометрических задач изучаются таким разделом геометрии, как начертательная геометрия. Одним из ее положений является теория перспективы, в которой излагаются методы построения изображений объектов на плоскости в таком виде, в каком они воспринимаются органами зрения или фиксируются на фотопленке. Методы построения перспективных изображений и возможности извлечения из них количественной информации основываются на законах геометрической оптики и проективной геометрии.

3.1. Основные положения теории перспективы

Перспективные изображения получают методом центрального проектирования, достаточно точно соответствующим процессу построения изображений с помощью фотографических объективов. Рассмотрим метод проекций и схемы проектирования, применяемые при построении перспективных изображений или при извлечении количественной информации из этих изображений.

Пусть в пространстве произвольно выбрана точка *О*, в которой помещается глаз наблюдателя или оптический центр объектива фотоаппарата (рис. 29). Точка *О* называется точкой зрения (в начерта-

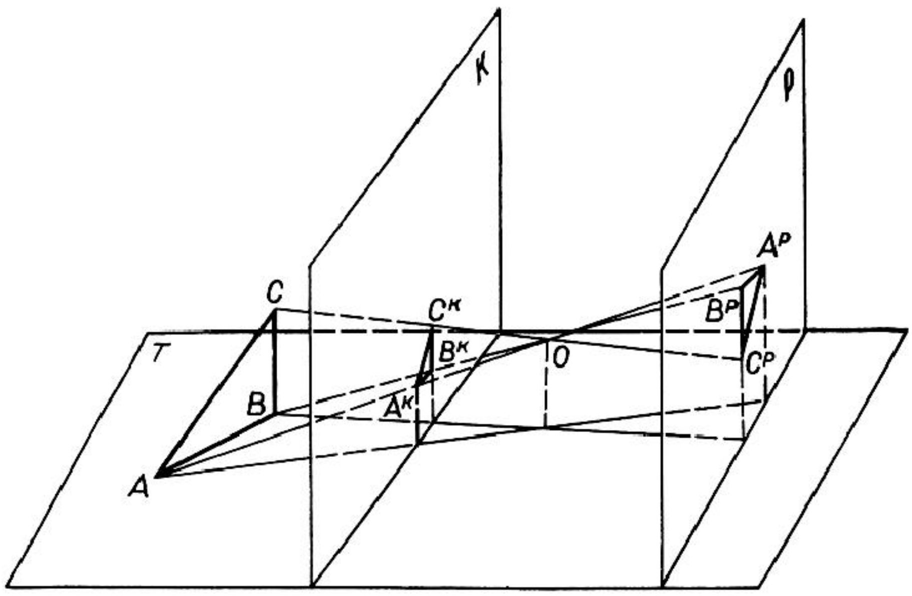


Рис. 29. Построение центральной проекции

тельной геометрии — центром проекции). При фотографировании места происшествия из нее должны быть видны все основные детали, относящиеся к расследуемому событию. Нередко приходится фотографировать место происшествия с разных сторон, каждый раз выбирая новое положение точки зрения.

Пусть в пространстве на предметной плоскости *T* расположен объект, который необходимо зафиксировать, например, треугольник *ABC* (на месте происшествия объектами могут быть орудия преступления, окружающая обстановка, дорожка следов и т. д.). Между точкой зрения и объектом *ABC* располагается плоскость *К,* называемая картинной. Проведя из точки *О* ко всем точкам объекта (вершинам треугольника) лучи, получим его изображение $A^K B^K C^K$ на плоскости *К.*

Такой способ построения плоского изображения пространственного объекта называется *центральным проектированием*; лучи *ОА, ОВ, ОС* называются *проектирующими лучами*. Плоскость *К,* на которой строится изображение, называется *плоскостью проекций*, а изображение на плоскости *К* — *центральной проекцией объекта или перспективной проекцией*.

Построение фотографического изображения, с точки зрения проективной геометрии, можно рассматривать как центральное проектирование, а фотоснимки — как центральные проекции объектов. Здесь центром проекции служит оптический центр объектива фотоаппарата, а плоскостью проекции — плоскость фотопленки. Проектирующими лучами при фотографировании являются лучи, отраженные от каждой точки объекта и проходящие через оптический центр объектива. Точки пересечения этих лучей с плоскостью фотопленки образуют на ней центральную проекцию объекта съемки.

Двухэтапный процесс построения позитивного фотоизображения показан на рис. 29.

Первый этап — получение негативного изображения: на горизонтальной плоскости *Т* расположен объект *ABC,* в точке *О* — оптический центр объектива фотоаппарата, в плоскости *Р* — фотопленка. Треугольник $A^P B^P C^P$ — негативное перспективное изображение объекта *ABC.*

Второй этап — получение позитивного изображения (фотоснимка): в плоскости *Р* находится негатив, в точке *О* — оптический центр объектива фотоувеличителя, в плоскости *К* — фотобумага. Треугольник $A^K B^K C^K$ — позитивное перспективное изображение объекта *ABC.* Если плоскости *Р* и *К* параллельны, изображения $A^K B^K C^K$ и $A^P B^P C^P$ отличаются между собой только масштабом. Данное положение относится к любой плоскости, параллельной плоскости *Р.*

Таким образом, фотоснимок является центральной проекцией объекта на плоскости, расположенной между объектом съемки и фотоаппаратом, перпендикулярно оптической оси объектива фотоаппарата. Масштаб изображения зависит от расстояния плоскости *К* до точки *О.*

3.2. Понятия теории перспективы, используемые в измерительной фотографии

Построение перспективного изображения условно можно представить так: между наблюдателем и рассматриваемым объектом находится прозрачная плоскость *К,* называемая картинной (рис. 30); световые лучи, проходя от объекта к глазу наблюдателя, создают на этой плоскости перспективное изображение объекта.

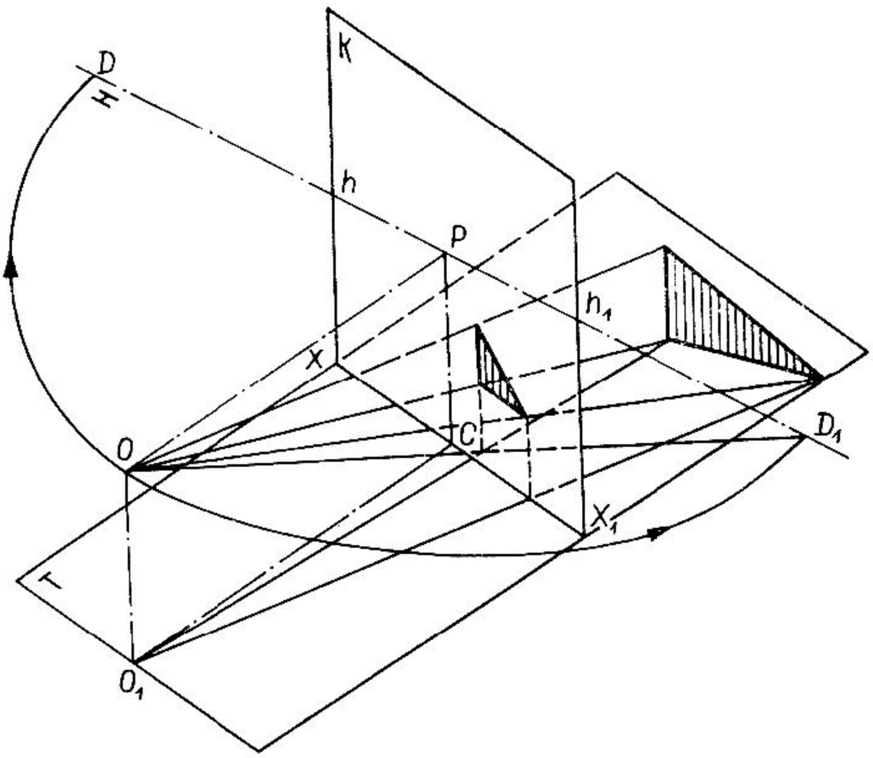


Рис. 30. Основные элементы центральной проекции

Рассмотрим систему координат, принятую в теории перспективы.

Предметная плоскость *Т* — горизонтальная плоскость, на которой располагаются наблюдаемые (фотографируемые) объекты и наблюдатель (фотоаппарат).

Картинная плоскость *К* (картина) — вертикальная плоскость, на которой строится перспективное изображение рассматриваемых (фотографируемых) объектов. Картина располагается перпендикулярно оптической оси фотоаппарата.

Основание XX_1 картины — линия пересечения плоскости *K* с предметной плоскостью *T.* Эта линия определяет положение картинной плоскости на предметной. При фотографировании основание XX_1 картины является границей попадания предметной плоскости в поле зрения объектива. В теории перспективы принято, что на картинную плоскость проецируются объекты, расположенные за основанием картины.

Точка зрения *O* (центр проекции) — точка, указывающая место расположения глаза наблюдателя или оптического центра объектива фотоаппарата относительно картинной плоскости *K.*

Точка стояния O_1 — перпендикулярная проекция точки зрения *O* на предметную плоскость *T* (основание перпендикуляра OO_1, опущенного из точки *O* на предметную плоскость). Точка стояния определяет место нахождения наблюдателя или фотоаппарата на предметной плоскости.

Высота OO_1 точки зрения — расстояние от точки зрения до предметной плоскости (длина отрезка OO_1).

Главный луч зрения *OP* — перпендикуляр, опущенный из точки зрения *O* на картинную плоскость *K.* Он определяет расстояние от наблюдателя до картинной плоскости. При фотографировании главный луч зрения совпадает с оптической осью объектива фотоаппарата.

Главная точка *P* картины — точка пересечения главного луча зрения с картинной плоскостью. На фотоснимке, полученном с полного негатива, главная точка картины совпадает с геометрическим центром фотоснимка.

Плоскость горизонта *H* — плоскость, параллельная предметной плоскости и проходящая через точку зрения O.

Линия горизонта hh_1 — линия пересечения картинной плоскости с плоскостью горизонта.

Плоскость главного перпендикуляра — вспомогательная плоскость, проходящая через главный луч зрения перпендикулярно картинной и предметной плоскостям.

Главный перпендикуляр *PC* картинной плоскости — линия пересечения плоскости главного перпендикуляра с картинной плоскостью.

Точки отдаления *D* и D_1 (дистанционные точки) — точки, расположенные на линии горизонта по обе стороны от главной точки *P* картины на расстоянии, равном расстоянию от наблюдателя до картинной плоскости (длине главного луча зрения *OP).*

Рассмотренная система перспективных координат позволяет ориентироваться в пространстве и получать количественные характеристики места происшествия по взаимному расположению объектов на фотоснимке.

Следует отметить, что картинная плоскость *К,* определенная в системе перспективных координат, отличается от фотоснимка места происшествия: фотоснимок *Ф* является уменьшенной копией картинной плоскости — малой картиной (рис. 31). Изображение на фотоснимке отличается от изображения на картинной плоскости только кратностью уменьшения. Для картинной плоскости характерно то, что объекты, расположенные на ее основании, изображаются в натуральную величину.

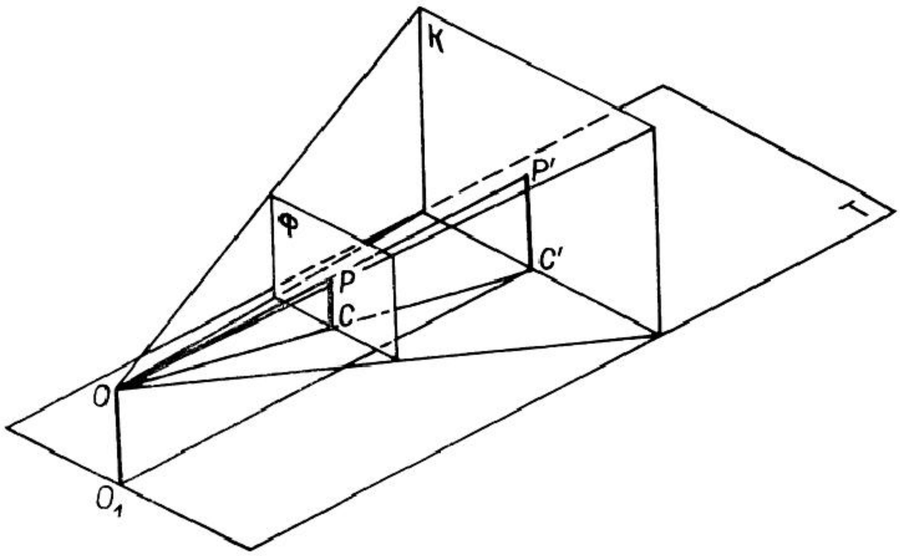


Рис. 31. Соотношение фотоснимка и картинной плоскости

Главный луч зрения *OP'* определяет, с одной стороны, расстояние от наблюдателя до картинной плоскости, с другой — расстояние, с которого необходимо рассматривать данный фотоснимок, чтобы точно восстановить картину, наблюдавшуюся в момент съемки из оптического центра объектива фотоаппарата. Длина главного перпендикуляра *P'C'* картинной плоскости равна высоте OO_1 точки зрения. Для фотоснимка отношение длины главного перпендикуляра к высоте точки зрения равно масштабу по линии основания картины.

По фотоснимку расстояние от точки зрения до картинной плоскости (расстояние от точки стояния до линии основания картины) можно вычислить по формуле:

$$\frac{H}{h} = \frac{D}{F} - 1,$$

где H — длина главного перпендикуляра картинной плоскости или высота точки зрения;

h — его изображение на полном негативе;

F — фокусное расстояние объектива фотоаппарата;

D — кратчайшее расстояние от точки съемки до картинной плоскости.

Приведенное уравнение выведено из формулы линзы и из формулы, определяющей ее увеличение.

3.3. Получение количественной информации методами измерительной фотографии

В основе построения фотографического изображения лежит идея центрального проектирования. Согласно этой идее, если две прямые лежат в предметной плоскости и параллельны, их перспективы всегда сходятся (пересекаются), причем точка схода (пересечения) располагается на линии горизонта.

Фотографический снимок места происшествия можно представить как центральную проекцию системы точек пространства на плоскость, полученную при различных углах проектирования. Положений проектирования при съемке может быть три: вертикальное (оптическая ось объектива перпендикулярна предметной плоскости), горизонтальное (оптическая ось объектива параллельна предметной плоскости), косонаправленное (оптическая ось объектива образует с предметной плоскостью угол, отличающийся от прямого).

Соответственно трем способам (или положениям) проектирования в криминалистической фотографии разработаны три метода измерительной фотосъемки: плановая съемка с применением измерительной линейки; перспективно-горизонтальная съемка; перспективно-наклонная съемка.

Приемы извлечения количественной информации зависят от метода измерительной съемки, которым выполнен измерительный фотоснимок.

Метод плановой (масштабной) съемки применяется для фиксации отдельных следов или вещественных доказательств. При этом используется масштабная линейка, размещаемая в плоскости фотографируемого объекта. Размеры объектов по плановым снимкам определяются путем сравнения с изображением измерительной линейки. При необходимости запечатлеть на снимке несколько объектов, находящихся на различном расстоянии от точки съемки, данный способ неприменим.

Методы перспективно-горизонтальной и перспективно-наклонной съемки применяются при фиксации обстановки места происшествия и отдельных ее узловых моментов. При этом измерительная фотосъемка производится с глубинным[1], квадратным масштабом[2] или с размещением в поле кадра объекта с известными стандартными линейными размерами.

В случае, когда на фотоснимке имеется изображение глубинного линейного масштаба, расстояние между точками, расположенными в вертикальной плоскости, перпендикулярной оптической оси фотоаппарата, определяют сравнением измеряемого расстояния с изображением единицы линейного масштаба, находящейся на линии основания предмета. Если необходимо установить расстояние между точками на плоскости, расположенной параллельно оптической оси фотоаппарата, то искомый размер определяют перенесением его на глубинный масштаб.

Довольно часто размеры определяются по снимку при наличии в кадре квадратного масштаба. Метрический квадрат при съемке располагают строго по центру кадра и так, чтобы его ближняя грань совпадала с нижним краем кадра. При наличии на снимке изображения метрического квадрата можно, проведя несложные геометрические построения, определить размеры предметов и их взаимное расположение.

Для проведения измерений по перспективно-горизонтальному фотоснимку на нем необходимо отметить целый ряд точек (главную точку P картины, точки отдаления D и D_1), линий (линию горизонта hh_1, основание фотоснимка XX_1) и построить систему перспективных координат.

---

[1] Глубинный масштаб представляет собой ленту с делениями, кратными фокусному расстоянию объектива, и окрашенными поочередно в черные и белые тона. Лента располагается вдоль оптической оси объектива в глубину фотографируемого пространства.

[2] Метрический квадрат изготавливают обычно из картона (плотной бумаги), с размером сторон 100х100 см. Он имеет дециметровые деления в виде черных квадратов, расположенных в шахматном порядке.

Квадратный масштаб на снимке изображается в виде трапеции. Нижняя грань изображения квадратного масштаба будет совпадать с линией основания фотоснимка XX_1 (рис. 32).

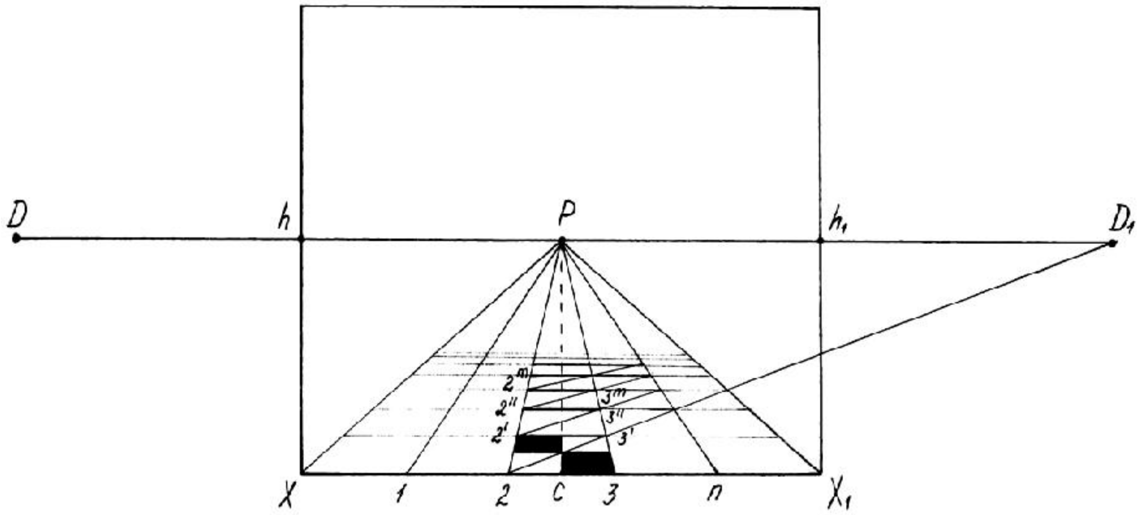


Рис. 32. Изображение системы перспективных координат на перспективно-горизонтальном фотоснимке

Вертикальные стороны метрического квадрата на изображении продлевают до пересечения и находят точку схода *P* (главная точка картины). При перспективно-горизонтальной измерительной фотографии главная точка *P* картины совпадает с геометрическим центром фотоснимка, полученного с полного негатива.

Линия горизонта hh_1 строится как линия, проходящая через главную точку картины параллельно ее основанию. При перспективно-горизонтальной фотосъемке линия горизонта делит фотоснимок на две равные части.

Точки отдаления *D* и D_1 строятся на фотоснимке как точки пересечения линии горизонта с продолжениями диагоналей, проведенных из ближних к наблюдателю углов метрического квадрата.

На линии основания фотоснимка откладывают отрезки линейного масштаба, равные длине основания метрического квадрата, вправо и влево соответственно. В то же время основание картины фотоснимка разделяют рядом точек *1, 2, 3 … n* на отрезки длиной, равной линейному масштабу, т. е. 1 метр. Далее из точки *P* основания картины проводят линии до пересечения с точками *1, 2, 3 … n*. Прямые *1P, 2P, 3P … nP* взаимно параллельны, параллельны оптической оси объектива, расстояние между ними — 1 м, они сходятся в главной точке фотоснимка и перпендикулярны основанию XX_1 картины. Таким образом, наносятся вертикали координатной сетки на всем снимке.

Для нахождения глубинного масштаба в метрическом квадрате $22'33'$ проводят диагональ до пересечения с линией Pn, из точки пересечения проводят линию, параллельную горизонтальной стороне метрического квадрата.

В результате построений получается отрезок $2''3''$, который является следующим изображением стороны метрического квадрата. Далее в полученном квадрате $2'2''3''3'$ проводят аналогичным образом диагональ, а затем параллельную прямую и получают следующее изображение метрического квадрата $2''2^{m}3''3^{m}$. Таким образом, проводя диагонали и строя горизонтали, получают перспективную координатную сетку на всем фотоснимке.

Построение системы перспективных координат для перспективно-наклонного фотоснимка проводится аналогично перспективно-горизонтальному фотоснимку (рис. 33).

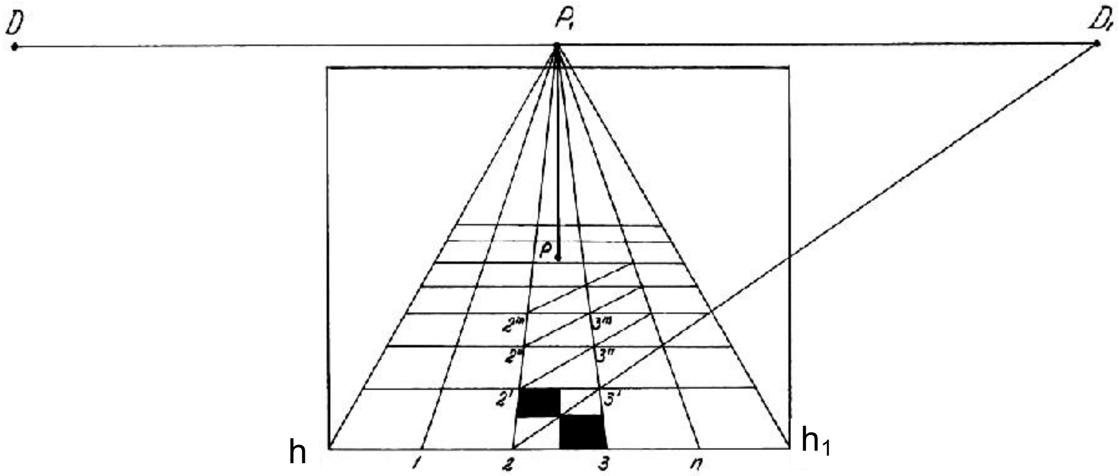


Рис. 33. Изображение системы перспективных координат на перспективно-наклонном фотоснимке

Исключение составляет то, что картинная плоскость K наклонена к предметной плоскости под углом меньше 90 °. Кроме того, в системе перспективных координат при перспективно-наклонной фотосъемке используют основную точку P_1 картины, которая определяется как точка пересечения главной вертикали PP_1 с линией горизонта hh_1.

При перспективно-наклонной фотосъемке расстояние от основной точки картины P_1 до точек отдаления D и D_1 равно расстоянию от точки зрения O до основной точки P_1 картины. На перспективно-наклонном фотоснимке точкой схода прямых, перпендикулярных основанию картины, является основная точка картины P_1.

Когда на фотоснимок нанесена координатная сетка, установление размеров изображенных на нем предметов и объектов не представляет особого труда.

Определение размеров объектов по ширине и глубине предметной плоскости на перспективно-наклонном и перспективно-горизонтальном фотоснимках аналогичны, только вместо главной точки P картины необходимо использовать основную точку P_1 картины.

Если передняя грань предмета при съемке перпендикулярна оптической оси объектива, а передняя и боковые грани образуют прямой угол (рис. 34), то ширину AB такого объекта и длину BC определяют путем сравнения с отрезками вертикального и глубинного масштаба, имеющими стандартный размер (например, 1 метр).

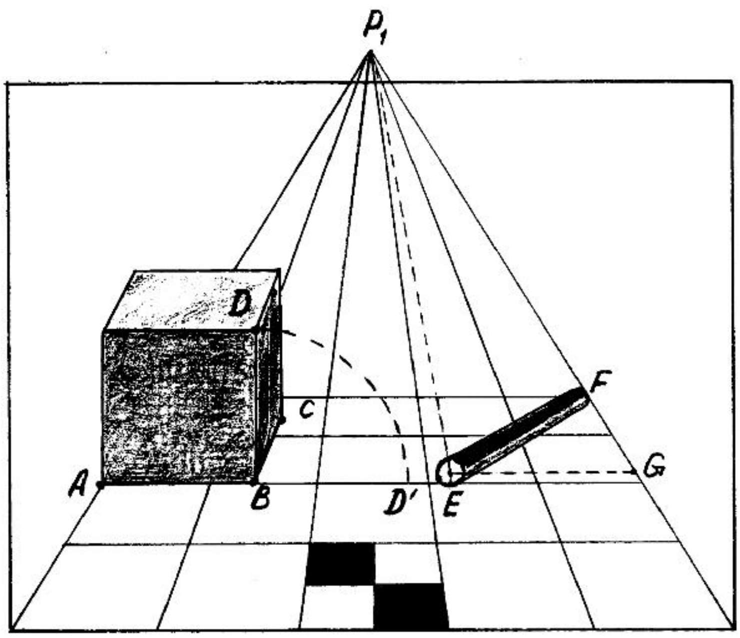


Рис. 34. Схема определения размеров предметов по фотоснимку, выполненному с метрическим квадратом

Если передняя грань предмета образует с оптической осью фотокамеры острый угол, то применяют другой способ расчета. Для определения длины такого предмета сначала проводят линию основания измеряемой грани предмета (например, линия *EF*). Далее из точки схода перспективных линий P_1 проводят прямые до пересечения с точками *E* и *F*. Начертив горизонтальную линию, проходящую через ближнюю к нам точку измеряемого отрезка *EF*, получим треугольник *EFG*. Угол *EGF* равен 90°, следовательно треугольник *EFG* является прямоугольным. Искомый размер *EF* легко определяется при помощи теоремы Пифагора по формуле:

$$EF = \sqrt{EG^2 + FG^2}\ .$$

Определение высоты объектов по перспективно-горизонтальным и перспективно-наклонным фотоснимкам также не представляет особого труда. Для этого необходимо провести проекцию измеряемого отрезка *BD* на горизонтальную плоскость, соответствующую линии горизонтали *BD′*. Размер отрезка *BD′* определяют путем сравнения его с отрезком горизонтального масштаба, имеющим стандартный размер (1 метр).

4. Применение геометрических методов в стерео- и монофотограмметрических комплексах фиксации обстановки места происшествия

Стереофотограмметрия основывается на свойстве зрения формировать целостное объемное изображение объекта на основе двух различных изображений, поступающих от правого и левого глаза одновременно, т. е. стереоскопическое изображение. При таком зрении воспринимаются пространственные формы наблюдаемых объектов, что делает возможным на фотограмметрических приборах измерять размеры этих объектов и расстояния между ними.

Аналогично осуществляется съемка и в стереофотографии. Сначала с двух направлений получают плоские снимки (стереопару), а затем обеспечивают объемность их восприятия, рассматривая через специальные устройства. При необходимости могут проводиться дополнительные измерения, а также глубокое визуальное изучение. Следует отметить, что стереофотограмметрические методы являются наиболее точными в измерительной фотографии. Методика геометрических построений при дешифровке стереофотоснимков (стереопар) достаточно сложная и осуществляется с помощью специальных стереофотограмметрических приборов (стереокомпараторов и стереоавтографов), поэтому в данном курсе лекций рассматриваться не будет.

Стереофотограмметрические комплексы, использующие для получения изображений традиционный фотографический процесс, применяются в деятельности правоохранительных органов достаточно редко из-за его трудоемкости и дефицита фотоматериалов. Кроме того, изменения свойств фотоматериалов, связанных с температурой и влажностью, могут приводить к значительным погрешностям при измерениях, проводимых по бумажным фотоснимкам.

Развитие цифровой фото-, видеотехники и средств компьютерной обработки изображений позволило значительно усовершенствовать методы измерительной фотографии и автоматизировать процесс получения информации. Съемочной системой, разработанной специально для правоохранительных органов на базе цифровых фотокамер, является ФОМП-К — универсальный однокамерный фотограмметрический (монофотограмметрический) комплекс, предназначенный для фиксации обстановки на местах дорожно-транспортных происшествий.

Функционально ФОМП-К состоит из двух блоков: съемочного и измерительного. В съемочный блок входят цифровая фотокамера, штатив, мерный объект и специальные маркеры. Измерительный блок представлен персональным компьютером типа *Notebook* со специальным программным обеспечением и принтером.

Для съемки может использоваться любая серийная цифровая фотокамера, имеющая достаточную разрешающую способность. Она должна быть предварительно протестирована с целью определения параметров оптики, которые понадобятся при дальнейших расчетах.

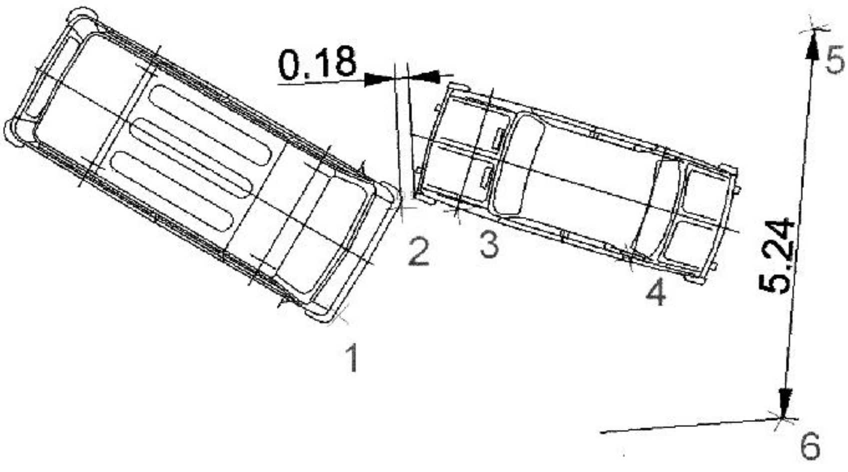
При съемке для ориентирования в пространстве съемочной системы используется мерный объект, представляющий собой плоский треугольник с известными размерами. Изображение мерного объекта должно присутствовать на всех фотоснимках.

В программном обеспечении ФОМП-К используется математическая модель, описывающая общий случай фотограмметрической съемки применительно к однокамерному способу. Дополнительно применяется оригинальный алгоритм определения элементов внешнего ориентирования по трем опорным точкам.

Фотограмметрическая обработка заключается в нанесении на изображения места происшествия, выведенные на экран компьютера, отметок, обозначающих ситуационные точки, которые однозначно определяют положение того или иного объекта (рис. 35). Координаты ситуационных точек, а по сути — расположение объектов в пространстве, рассчитываются автоматически. Расстояния между точками наносятся на план места происшествия также автоматически.

а

б



в

Рис. 35. Стереопара[1] (*а, б*) и схема места происшествия (*в*), построенная с помощью ФОМП-К

[1] Фотоснимки и схема были предоставлены доцентом МУ МВД России В. А. Газизовым.

К ситуационным точкам привязываются соответствующие условные обозначения объектов (например, схема автомобиля определенной марки), выполненные в нужном масштабе и хранящиеся в библиотеках программы.

Обработанная графическая информация в виде паспорта съемки, результатов измерений и плана в масштабе 1:200 распечатывается на принтере и может быть отправлена по стандартной телефонной сети.

Монофотограмметрический комплекс можно применять не только при документировании обстановки мест дорожно-транспортных происшествий, но и при идентификации личности по антропометрическим характеристикам (определение роста преступников по видеозаписи и т. д.).

Данные, получаемые с помощью ФОМП-К, можно использовать для обработки в других программных средствах. Например, система трехмерного графического моделирования «ИНЦИДЕНТ» может использовать эти сведения как исходные для построения объемных изображений места происшествия и моделирования событий, протекающих во времени, в виде анимации.

Таким образом, применение методов геометрии позволяет по измерительным фотоснимкам и даже обычным (если в кадре есть объект с известными линейными размерами) восстановить обстановку на месте происшествия, тем самым способствуя успешному расследованию уголовных дел.

Литература

1. *Зонов Ю. Б., Емышев В. С., Водопьянов В. И. и др.* Универсальный однокамерный фотограмметрический комплекс ФОМП-К: Сб. науч. трудов ГУ НПО «Спецтехника и связь» МВД России. М., 1999.

2. Использование математических методов в криминалистических экспертных исследованиях / Под ред. Г. Л. Грановского. Волгоград, 1981.

3. *Ищенко Е. П., Ищенко П. П., Зотчев В. А.* Криминалистическая фотография и видеозапись / Под. ред. Е. П. Ищенко. М.,1999.

4. Криминалистическая экспертиза: Курс лекций. Вып. 1: Трасологическая экспертиза / Под ред. Б. П. Смагоринского. Волгоград, 1996.

5. *Селиванов Н. А.* Математические методы в собирании и исследовании доказательств. М., 1974.

6. *Скорченко П. Т.* Криминалистика. Технико-криминалистическое обеспечение расследования преступлений. М., 1999.

7. Щербатов В. Ф., Коимшиди Г. Ф., Рогозин Ю. С. Использование фотографических измерительных методов в следственной и экспертной практике. Волгоград, 1983.

ЛЕКЦИЯ 4

ВЕРОЯТНОСТНО-СТАТИСТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ В КРИМИНАЛИСТИЧЕСКОЙ ЭКСПЕРТИЗЕ

Известно, что измерения любой физической величины могут быть произведены с различной степенью точности, и оценка этой точности является неотъемлемой частью любого эксперимента. Эта оценка может производиться различными методами в зависимости от способов обработки результатов наблюдений.

В данной лекции изложение теории погрешностей (а вероятностно-статистический метод рассматривает именно теорию погрешностей) базируется на вычислении среднеквадратичного отклонения как отдельного измерения, так и результата серии измерений.

Эксперимент занимает важное место в науке. Примерно 80-90 % исследований проводятся экспериментальным путем. На протяжении столетий происходило совершенствование техники эксперимента. Однако, как оказалось, эффективность исследований, проводимых экспериментальным путем, достаточно мала, и по расчетам Джона Бернала коэффициент полезного действия научных исследований составляет порядка 2 %.

Для оценки точности результата измерений и экспериментальных исследований, а в особенности экспертных экспериментов, необходимо знать две характеристики: среднюю квадратичную погрешность и надежность (вероятность попадания истинного значения измеряемой величины в определенный доверительный интервал).

В лекции даны основные понятия теории вероятностей, используемые в теории погрешностей, законы распределения этих погрешностей, понятия надежности результата измерения, дисперсии и доверительного интервала.

1. Введение в теорию вероятностей

Применение вероятностно-статистических методов ограниченно из-за отсутствия литературы, в которой излагаются рекомендации по использованию этих методов на практике на доступном уровне. Каждая область применения математической статистики требует особого методического подхода. Опыт, полученный при проведении статистических исследований в одной области, нельзя механически переносить на другие, даже близкие области исследования. Поэтому одной из задач данной лекции является изучение возможности и целесообразности применения математических методов к решению различного рода экспертных задач.

Современный технический прогресс связан с интенсивным количественным и качественным развитием различных отраслей криминалистической науки. В данной ситуации большая часть знаний основывается на результатах экспериментальных исследований. Нередко приходится решать задачи оптимизации и исследования функциональных зависимостей при определенных граничных условиях, которые могут быть заданы целевыми функциями. В реальных условиях постоянной является только изменчивость факторов, и поэтому лишь статистические методы позволяют в этом «беспорядке» найти закономерности, необходимые для управления различными процессами. На протяжении более чем 200 лет считалось, что единственно правильной является методология однофакторного эксперимента. Предполагалось, что исследователь может с любой степенью точности стабилизировать все независимые переменные (факторы) своей системы. Затем, поочередно варьируя некоторые из них, он может установить интересующие его зависимости. В настоящее время на практике применяются два различных подхода к проведению исследований. При первом всесторонне исследуются механизм процесса и свойства различных материалов. Основываясь на результатах такого исследования, можно создать теорию процесса, с помощью которой будут решены все частные задачи, в том числе и экспериментальные (задачи оптимизации). Подобный подход при решении сложных экспертных задач практически недоступен, так как сложность систем не позволяет теоретически изучить их в разумные сроки. Это предопределяет необходимость использования методов математической статистики и математической теории планирования эксперимента.

Новые методы исследования, разработанные современной математической теорией эксперимента, основаны на ряде положений, часть из которых прямо противоречит принятым ранее в исследовании различных процессов.

При статистическом (вероятностном) подходе к изучению реальных процессов исследуемые объекты рассматриваются как сложные системы с вероятностно-статистическим характером происходящих в них процессов. При этом рекомендуется добавить в схему эксперимента случайные величины, исключая фактор случайности путем рандомизации. Математическая статистика позволяет принимать решения в условиях неопределенности, создавать случайную ситуацию с той целью, чтобы избавиться от необходимости стабилизировать мешающие переменные факторы. Это принципиально новая идея, радикально меняющая стратегию эксперимента.

Рассматривая планирование эксперимента как одно из направлений комбинаторики и математического программирования, можно дать такое определение: **планирование эксперимента — это оптимальное управление экспериментом при неполном знании механизма явления**. В основу такого подхода положен принцип «черного ящика». Он представляет собой систему связей, недоступную для наблюдения, так как о содержании, механизме процесса нам ничего не известно, или известно лишь частично. Известны только основные исходные параметры — переменные, участвующие в процессе, и выходные параметры — результаты данного процесса. Например, при исследовании механизма образования производственно-технологических следов и величины шероховатости обработанной поверхности досконально неизвестно, как каждый из факторов процесса резания влияет на данную величину. При этом входными параметрами x_i данного процесса, которые нам известны и которыми мы можем управлять, могут быть параметры инструмента, режимов резания и свойств обрабатываемого материала. Входными параметрами также являются случайные факторы w и z, управлять которыми мы не можем. Выходными параметрами y_i являются интересующие нас параметры: направление разлета осколков в зависимости от конструкции взрывного устройства, степени износа металлорежущего инструмента, качество фотографического изображения в зависимости от условий химико-фотографической обработки (рис. 36).

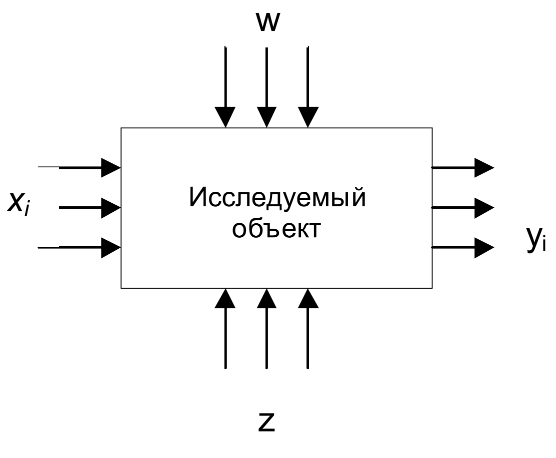


Рис. 36. Модель «черный ящик»

Изменяя входные параметры, можно наблюдать, как будут изменяться выходные, и при этом выбрать из всех возможных комбинаций входных параметров такую, которая обеспечит определенные значения выходных параметров. При такой постановке задачи нас не интересует механизм взаимодействия отдельно взятых входных параметров. «Черный ящик» является простейшей моделью любой системы, внутренняя структура которой может быть недоступной для наблюдателя.

Смысл предлагаемой постановки задачи заключается в том, что математическая теория эксперимента дает оптимальный план исследования «черного ящика». Данный план предусматривает не только наиболее быстрый способ оптимизации выходной переменной, но и получение математической модели процесса, являющейся компактным и удобным инструментом для исследования и управления реальным процессом. Во многих случаях модель позволяет раскрыть механизм процесса, т. е. внутреннее устройство «черного ящика», пользуясь физическими аналогиями и математическим анализом (рис. 37). Применение математических моделей позволяет выбрать оптимальные параметры процесса, сократить количество экспериментальных исследований, создать оптимальные схемы автоматизации исследования и управления процессом вычисления при помощи ЭВМ.

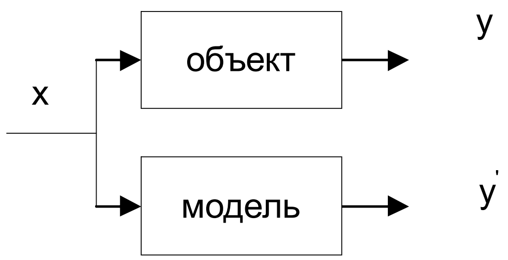


Рис. 37. Схема получения модели объекта

Вместо традиционного однофакторного эксперимента, когда при проведении опытов поочередно варьируется только один входной параметр, рекомендуется изменять остальные параметры согласно определенному плану эксперимента. Этим достигается значительное снижение объема экспериментальных испытаний и получение достоверных зависимостей, учитывающих взаимосвязь и степень корреляции (от англ. *correlation* — соотношение, взаимосвязь). Такой метод планирования экспериментальных исследований получил название **полного факторного эксперимента**.

Математическая теория эксперимента и ее раздел — планирование эксперимента — представляют собой новый подход к исследованию, в котором математическим методам отводится активная роль на всех его этапах: при формализации априорных сведений, перед проведением экспериментальных исследований, при планировании эксперимента, обработке его результатов и формулировании выводов.

2. Случайные величины и их числовые характеристики

Большинство экспертных задач содержат элементы неопределенности. Объясняется это тем, что процессы формирования объектов криминалистической экспертизы протекают под влиянием множества факторов как прогнозируемых, так и случайных. В каждом конкретном случае их сочетание и степень оказываемого воздействия на окончательный результат различны. Поэтому признаки объектов, возникающие под влиянием совокупности факторов, не поддаются однозначной оценке и приобретают вероятностный характер.

Однако случайные события также подчиняются некоторым закономерностям, которые описываются математическим аппаратом теории вероятности.

Для примера рассмотрим наиболее простой случай появления случайного события. Допустим, у нас имеется монета, которую мы подбрасываем n раз. При падении она ложится вверх либо орлом, либо решкой. Отношение количества выпадений решки к общему числу бросков носит название вероятности появления решки. В данном случае эта вероятность будет равна ½. Очевидно, что такова же будет и вероятность выпадения орла.

Если возможных событий больше двух (например, черные и белые шары в урне при их неодинаковом количестве), то, зная число элементов системы (суммарное количество белых и черных шаров), из которых состоит множество элементарных событий, нетрудно определить вероятность появления представителя группы элементов, отвечающих определенному требованию (например, белого шара). Очевидно, что оно будет меньше, либо равно числу элементов множества.

Появление интересующего нас события, например, белого шара, называется благоприятным событием, а появление другого — не-благоприятным. Если возможны только два типа событий, то вероятность благоприятного события есть отношение возможного числа всех благоприятных событий к общему числу событий, которое включает в себя как число благоприятных, так и неблагоприятных событий. Итак, в связи с действием случайных факторов результат наблюдения всегда является случайной величиной.

Случайной называют величину, которая под влиянием различных случайных факторов может принимать различные значения, причем заранее неизвестно, какие именно. Случайные величины могут быть как непрерывными, так и дискретными.

Для непрерывной случайной величины x область полученных на практике ее значений разделяется на несколько промежутков одинаковой ширины Δx, и число значений величины x в каждом промежутке называется частотой. Таблица частот называется статистическим распределением. Аналогично кривой распределения $\varphi(x)$ употребляются гистограмма и полигон распределения (рис. 38).

Гистограмма распределения состоит из прямоугольников, построенных на промежутках Δx, площади которых пропорциональны числам значений случайной величины, приходящимся на данный промежуток. При одинаковой ширине промежутков высоты прямоугольников пропорциональны частотам появления случайной величины.

Полигон распределения строится путем соединения середин верхних сторон прямоугольников гистограммы прямыми линиями. Полигон распределения фактически является кривой распределения.

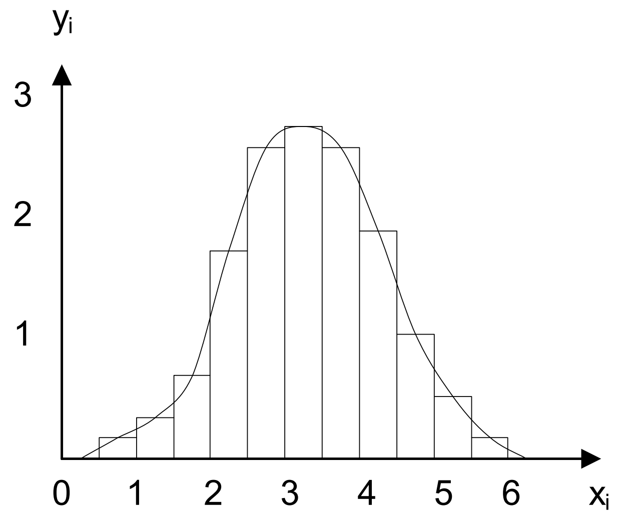


Рис. 38. Гистограмма и полигон распределения случайной величины

Для количественной оценки возможности осуществления случайного события пользуются термином «вероятность».

Вероятностью какого-либо события А называется отношение числа случаев *m*, благоприятствующих этому событию, к числу *g* всех равновозможных несовместимых исходов, образующих полную группу. В общем виде появление какого-либо события определяется зависимостью:

$$P(A) = m/g. \tag{1}$$

Невозможному событию (*n*) соответствует вероятность 0. Достоверному, которому благоприятствуют все *m* возможных случаев — 1. Вероятность случайного события заключена между значениями 0 и 1. Несовместимые случайные события, сумма вероятностей которых равна 1, образуют полную группу событий.

Поэтому зависимость появления благоприятного события имеет следующий вид:

$$P(A) = \frac{m}{n}, \tag{2}$$

где m — количество благоприятных исходов события;

n — общее количество исходов.

Точно так же, вероятность появления неблагоприятного события будет:

$$P(\bar{A}) = \frac{n - m}{n}. \tag{3}$$

Из зависимостей (2 и 3) следует, что:

$$P(A) + P(\bar{A}) = \frac{m}{n} + \frac{n - m}{n} = 1. \tag{4}$$

Мы можем вычислить вероятности наших событий лишь в том случае, если знаем, сколько событий какого типа возможны. В приведенном примере с шарами нам нужно знать число содержащихся в корзине белых (*n*) и число черных (*m*) шаров. Часто мы этого не знаем и решаем обратную задачу — по частоте появления черных и белых шаров в описанном выше опыте нужно определить вероятность появления того или иного шара. Пусть мы проделали N испытаний, т. е N раз доставали шар из урны и записывали его цвет, а затем возвращали обратно в урну. Пусть при этом мы n раз вытащили белый шар, тогда n/N называется частотой появления белого шара. Основной закон теории вероятности — закон больших чисел — утверждает, что при достаточно большом числе испытаний N частота появления события как угодно мало отличается от вероятности этого события.

Это соотношение дает возможность установить опытным путем с достаточно хорошим приближением вероятность неизвестного нам случайного события.

Таким образом, в отличие от неслучайных событий, о которых нам может быть точно известно, появятся или не появятся, мы никогда не можем сказать это о событии случайном. Частота появления такого события определяется его вероятностью. Однако вероятностная оценка может быть достаточно надежной, и мы можем опираться на нее при прогнозировании возможности появления события.

Резонно поставить вопрос, какой должна быть вероятность события, чтобы его наступление можно было считать достоверным. Разумеется, ответ на этот вопрос носит в значительной мере субъективный характер и зависит главным образом от степени важности ожидаемого события. Например, четыре дня в году утреннюю солнечную погоду после обеда сменяет дождь. Несмотря на это, мы все же не берем каждый день с собой зонт, будучи уверенными, что этого не случится, так как:

$$P = 4/365 \approx 0{,}01 \text{ или } 1\%.$$

Однако, если бы 1% гражданских самолетов терпели аварию, вряд ли мы стали бы пользоваться пассажирским авиатранспортом.

Вообще, практически достоверными можно назвать события, вероятность которых отличается от единицы на 10^{-6}–10^{-7}, а практически невозможными те, вероятность которых меньше данного показателя.

Для оценки рассеяния или отклонения возможных значений случайной величины от ее среднего значения служат дисперсия и среднее квадратичное отклонение.

Математическим ожиданием $M\{x\}$ дискретной случайной величины называют сумму произведений всех ее возможных значений на их вероятности:

$$M\{x\} = \sum_{i=1}^{m} x_i P\{x_i\}, \tag{5}$$

где m — число возможных значений случайной величины x.

Математическим ожиданием непрерывной случайной величины называется определенный интеграл от произведения плотности вероятности $\varphi(x)$ на действительное переменное x, взятый в пределах от -∞ до +∞:

$$M\{x\} = \int_{-\infty}^{+\infty} x\varphi(x)dx. \tag{6}$$

Средняя арифметическая величина вычисляется по следующей формуле:

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i. \tag{7}$$

Дисперсией (рассеянием) дискретной случайной величины называют математическое ожидание квадрата отклонения случайной величины от ее математического ожидания:

$$\sigma^2 = D\{x\} = M(x - M\{x\})^2. \tag{8}$$

Среднее квадратичное отклонение случайной величины:

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n-1}}. \tag{9}$$

Точность метода исследования характеризуется коэффициентом вариации. Коэффициент вариации случайной величины x представляет собой относительное среднеквадратичное отклонение, т. е. отношение среднеквадратичного отклонения к математическому ожиданию и выражается зависимостью:

$$v_0 = \frac{\sigma_x}{M\{x\}}. \tag{10}$$

Анализируя точность оценки среднего значения, можно решить, является ли она достаточной, или требуется продолжение испытаний. Чаще всего задача заключается в нахождении такого количества испытаний, при котором вероятность отклонения выборочной средней и генеральной средней на величину, большую Δx, была очень мала (меньше заданного числа P). В этом случае можно воспользоваться зависимостью:

$$n = \frac{t_{кр}^2 s^2}{\Delta x^2}, \tag{11}$$

где $t_{кр}$ — критерий Стьюдента.

Применение данной зависимости весьма затруднительно, поскольку необходимо знать величину s, которую можно определить лишь на основе результатов испытаний. В данном случае необходимо ввести коэффициент k, показывающий долю предельной ошибки от средней арифметической величины. Тогда:

$$n = \frac{t_{кр}^2 v^2}{k^2}. \tag{12}$$

При известной вероятности p наступления какого-либо события A количество испытаний, необходимых для наступления того же события с вероятностью p_1, рассчитывается по формуле Бернулли:

$$n = \frac{lg(1 - p_1)}{lg(1 - p)}. \tag{13}$$

П р и м е р: вероятность поражения цели при одном выстреле $p = 0{,}2$. Сколько выстрелов необходимо сделать для поражения цели с вероятностью $p_1 = 0{,}9$?

Р е ш е н и е:

$$n = \frac{lg(1 - 0{,}9)}{lg(1 - 0{,}2)} = \frac{lg\,0{,}1}{lg\,0{,}8} = 10{,}3 = 11 \text{ выстрелов.}$$

По зависимости (12) можно рассчитать необходимое число наблюдений безотносительно к размерности того или иного признака.

Величину k можно определить, исходя из практических соображений, по следующей зависимости:

$$k = \frac{\bar{x}_0 - \bar{x}_n}{\bar{x}_0} 100\% , \qquad (14)$$

где $\bar{x}_0$ — истинное среднее значение параметра;

$\bar{x}_n$ — относительная ошибка величины среднего значения параметра.

3. Понятие корреляционной зависимости и использование коэффициента корреляции

До сих пор понятия математической статистики рассматривались применительно к отдельным объектам исследования. Однако в экспертной практике приходится сопоставлять свойства двух и более объектов. В теории вероятности разработаны методы сравнения признаков на основе их количественных и корреляционных характеристик. Корреляционная связь определяет зависимость средних значений параметров двух объектов.

Выявление корреляции возможно по двум направлениям. В одних случаях ее наличие заранее известно, и методы математической статистики позволяют определить количественные соотношения признаков исследуемых объектов. В других случаях корреляцию устанавливают только в результате статистической обработки параметров изучаемых событий.

Важным понятием в теории корреляции является количественная мера оценки сравнения величин, отображающих свойства объектов. Она выражается коэффициентом корреляции, который входит в уравнение связи, математически определяющее зависимость свойств объектов. Коэффициент корреляции определяется по формуле:

$$r = \sum(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) / \sum(x_i - \bar{x})^2 \sum(y_i - \bar{y})^2, \qquad (15)$$

где x_i и y_i — измеренные значения соответственно первого и второго признаков.

Коэффициент корреляции может принимать значения от -1 до +1. При r =1 между исследуемыми признаками существует полная связь и можно утверждать о взаимозависимости свойств объектов. В теории вероятностей и математической статистике считается, что тесная связь наступает при значениях $r \geq 0{,}7$. Если $0{,}5 \leq r \leq 0{,}7$, то связь между свойствами средняя. Значения $r < 0{,}5$ свидетельствуют о слабой зависимости свойств. Полное отсутствие какой-либо связи между изучаемыми свойствами объектов и, естественно, между самими объектами наступает при $r = 0$. Отрицательные значения коэффициента указывают на наличие обратной связи, т. е. увеличение средних параметров одного объекта свидетельствует об уменьшении значений параметров другого объекта.

Коэффициент корреляции удобно использовать при сравнительных исследованиях. Так, для исследования следов резания в трасологии получают две профилограммы, отображающие соответственно след объекта и образца. На каждой из профилограмм проводятся однозначно выбранные базисные линии и измеряются высоты сходственных пиков. Значения высот для первой профилограммы обозначаются x_1, x_2, $x_3 \ldots x_m$, соответствующие значения высот для второй — y_1, y_2, $y_3 \ldots y_n$. Для x_i и y_i находятся средние арифметические величины x и y и определяются отклонения $(x_1\text{-}x), \ldots (x_n\text{-}x)$; $(y_1\text{-}y), \ldots (y_n\text{-}y)$. Значения отклонений возводят в квадрат и перемножают.

4. Вероятностные оценки ошибок

При неоднократных измерениях каких-либо одних и тех же параметров объекта оказывается, что значения каждый раз отличаются друг от друга. При измерениях физических величин в тех случаях, когда основную роль играют ошибки, не поддающиеся точному учету и различные по степени влияния, все оценки точности измерений можно сделать только с некоторой вероятностью. Действительно, случайные ошибки образуются в результате совокупности ряда мелких неучитываемых причин, каждая из которых вносит незначительный вклад в общую ошибку. Они зависят от четкости следа, точности измерительных инструментов, метода измерения и т. д. Какой бы совершенный измерительный инструмент ни использовался экспертом, он всегда обладает определенной систематической ошибкой.

Общая ошибка, которая образуется в результате сложения таких элементарных ошибок, может иметь различные значения, и каждому из них будет соответствовать различное значение вероятности.

Для того чтобы выявить случайную ошибку, измерения необходимо повторить несколько раз. Если их результаты существенно отличаются, мы имеем дело с ситуацией, когда случайная ошибка оказывает значительное влияние на измеряемый параметр.

За наиболее вероятное значение измеряемой величины обычно принимают ее среднее арифметическое значение. Допустим, что сделано *n* измерений. Разумеется, все они проделаны одним и тем же методом и с одинаковой степенью тщательности. Такие измерения называются равноточными.

В основе теории ошибок лежат следующие положения:

1. Ошибки измерений могут принимать непрерывный ряд значений.

2. При большом числе измерений ошибки одинаковой величины, но разного знака встречаются одинаково часто.

3. Частота появления ошибок уменьшается с увеличением величины ошибки. Иначе говоря, большие ошибки наблюдаются реже, чем малые.

Допустим, что мы произвели *n* прямых измерений некоторой физической величины, истинное значение которой обозначим через *a*. Через x_1, x_2, $x_3 \ldots x_n$ обозначим результаты отдельных измерений, а через Δx_i = $\bar{x} - x_i$ — истинную абсолютную погрешность *i*-ого измерения. Естественно, что абсолютные погрешности Δx_1, Δx_2, $\Delta x_3 \ldots \Delta x_n$ могут принимать как положительные, так и отрицательные значения. Искомая величина:

$$a \approx \bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{n}. \tag{16}$$

Далее следует, что а = $\bar{x}$ при n→ ∞, т. е. при бесконечно большом числе измерений истинное значение измеряемой величины равно среднеарифметическому значению всех результатов произведенных измерений. Однако при ограниченном числе измерений среднеарифметическое значение *a* будет отличаться от истинного значения, т. е. равенство будет не точным, а приближенным, и нам необходимо оценить величину этого расхождения.

Пусть минимальный интервал значений измеряемой величины, через который ведутся отсчеты, будет δx. Среднее ее значение — $\bar{x}$. Вся совокупность измерений может быть представлена в виде $k_1 x$; $k_2(x+\delta x)$;…$k_n(x+h\delta x)$; $k'_1(x-\delta x)$;… $k'_m(x-m\delta x)$. Здесь k_i целые числа, показывающие, сколько раз во всем ряду измерений наблюдались соответствующие значения измеряемой величины.

Отложив по оси абсцисс величину ошибок ($\Delta x = n\delta x$), а по оси ординат значения *k*, получим ступенчатую кривую, называемую гистограммой. Если учитывать число наблюдений *n*, а интервал δx стремится к нулю, то гистограмма в пределе переходит в непрерывную кривую, которая носит название кривой распределения ошибок — кривая Гаусса.

Дисперсия характеризует быстроту уменьшения вероятности появления погрешности Δx_i с ростом величины этой погрешности.

С помощью кривых распределения ошибок можно установить, насколько часто должны появляться ошибки той или иной величины.

В случае большого числа измерений ($n \to \infty$) величина дисперсии σ^2, входящая в закон распределения, оказывается равной так называемому среднему квадрату погрешности отдельного измерения ΔS^2_n.

В силу того, что истинное значение измеряемой величины неизвестно, оценкой дисперсии σ^2 является так называемая выборочная дисперсия или дисперсия выборки ΔS^2_n.

5. Выявление и исключение промахов из серии измерений

Если серия из небольшого числа измерений содержит грубую погрешность — промах, то его наличие может сильно исказить как среднее значение измеряемой величины, так и границы доверительного интервала. Поэтому из окончательного результата необходимо исключить этот промах. Обычно он имеет резко отличающееся от других измерений значение. Однако подобное отклонение не дает еще права исключить это измерение как промах, пока не проверено, не является ли это отклонение следствием статистического разброса.

Из кривой Гаусса для разных степеней надежности следует, что появление при измерении значения, отклоняющегося от истинного значения (или от среднего значения) на величину, превышающую 2σ или тем более 3σ, маловероятно.

Вероятность β_1 появления такого отклонения при одном измерении равна $\beta_1 = 1 - \alpha = 0{,}05$ и $0{,}003$ соответственно (α — задаваемая величина надежности). Она возрастает при увеличении числа измерений n. Действительно, если надежность нахождения значения одного измерения в каком-то доверительном интервале равна α, то при n-кратном повторении измерений надежность нахождения значений всех n измерений внутри этого доверительного интервала уменьшается до α^n (вероятность одновременного появления независимых событий равна произведению вероятностей отдельных событий). Отсюда получаем, что вероятность появления при одном измерении значения, выходящего за пределы доверительного интервала, равна $\beta_1 = 1 - \alpha$, а при n измерениях — $\beta = (1 - \alpha^2) = n\beta_1$, т. е. при малых β_1 вероятность β возрастает в n раз по сравнению с отдельным измерением. Однако при проведении измерений величина σ неизвестна, т. е. невозможно определить доверительный интервал. Поэтому при выявлении промахов более целесообразно применять критерии, не связанные с величиной σ.

Максимально возможные значения коэффициента вариации v_{max}, полученные вследствие статистического разброса, соответствующие заданной надежности α, имеются в справочной литературе по теории вероятности (табл. 1).

Таблица 1

Значения v_{max} при разных значениях числа измерений n для разных надежностей α

n	α = 0,9 β = 0,10	α = 0,95 β = 0,05	α = 0,99 β = 0,01
3	1,44	1,41	1,41
4	1,64	1,69	1,72
5	1,79	1,87	1,96
6	1,89	2,00	2,13
7	1,97	2,09	2,26
8	2,04	2,17	2,37
9	2,10	2,24	2,46
10	2,15	2,29	2,54

Как видно из таблицы, значения v_{max} возрастают с увеличением надежности α, т. е. с уменьшением β и с увеличением числа измерений n. Это означает, что вероятность появления больших отклонений, возникающих вследствие статистического разброса, растет при увеличении числа измерений.

Если резко выделяющееся значение измерения $a_{(n)}$, полученное в серии из n измерений, соответствует величине $v_{(n)} > v_{max}$ при заданном значении надежности $\alpha = 1 - \beta$, то данное значение $a_{(n)}$ несовместимо с исходным предположением о нормальном законе распределения, и его можно рассматривать как промах. Это измерение следует исключить из серии n измерений и определить новые значения a и Δa для серии из оставшихся n-1 измерений.

Если же величина $v_{(n)}$, соответствующая значению $a_{(n)}$, меньше v_{max} для этого же числа n при заданной надежности α, то это резко выделяющееся измерение $a_{(n)}$ является следствием статистического разброса, и нет оснований считать его промахом.

6. Математическая обработка результатов измерений

При неоднократных измерениях объекта оказывается, что одна и та же характеристика принимает отличающиеся друг от друга значения. Они зависят от четкости следа, точности измерительных инструментов, метода измерений и т. д. Какой бы совершенный измерительный инструмент ни использовался экспертом, он всегда обладает определенной систематической погрешностью. Известен и другой вид погрешностей — случайные. Целью математической обработки результатов измерений является оценка величин погрешностей и установление интервалов, в которых с необходимой степенью надежности находится истинное значение измеряемого признака.

Эти вопросы рассматриваются в теории ошибок, основу которой составляют два предположения:

— при достаточно большом количестве измерений случайные ошибки, одинаковые по величине, но различные по знаку, встречаются одинаковое число раз;

— большие по абсолютному значению ошибки встречаются намного реже, чем малые.

Оба предположения непосредственно связаны с теорией вероятностей. Действительно, результат измерения есть ни что иное, как случайная величина, с которой можно производить все рассмотренные в теории вероятностей математические преобразования.

Наиболее близким к истинной величине оказывается среднее арифметическое значение результатов серии измерений, при этом чем больше число измерений, тем ближе к истинной величине среднее арифметическое. Когда число измерений n неограниченно возрастает ($n \to \infty$), среднее арифметическое равно истинному значению: $\overline{x} = x_{ист}$.

Однако бесконечно измерять одну и ту же величину нет необходимости. Поэтому на практике производят ряд измерений, определяют границы нахождения истинной величины и дают оценку полученным результатам. Например, после пяти измерений диаметра дробины, изъятой с места происшествия, определены среднее значение ее диаметра x = 4,65 мм и величина погрешности Δx = 0,10 мм. Значит, истинное значение диаметра дробины находится в интервале от 4,55 до 4,75 мм. Однозначно ответить на вопрос, какой диаметр следует считать истинным, нельзя. Необходимо предварительно оценить полученные результаты с помощью методов математической обработки:

1. Определяют среднее арифметическое x ряда измерений x_1, $x_2, \ldots x_n$.

2. Рассчитывают абсолютную погрешность Δx каждого отдельного измерения, которая представляет собой разность между результатом измерения и средним арифметическим. Когда погрешность измерительного прибора больше субъективных ошибок, возникших при измерении, расчеты не производятся.

3. Величину среднего квадратичного отклонения всей серии измерений вычисляют по формуле:

$$S_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (\Delta x_i)^2}{n(n-1)}}, \tag{17}$$

где n — число измерений.

4. Определяют значение ширины доверительного интервала *Д* для всей совокупности измерений путем умножения среднеквадратичного отклонения на поправочный коэффициент Стьюдента:

$$\Delta = t_{\alpha}(n) \cdot \Delta S_{\bar{x}} \cdot \tag{18}$$

5. Находят относительную ошибку ε:

$$\varepsilon = \frac{\Delta}{\bar{x}} \cdot 100\%. \tag{19}$$

Абсолютная погрешность измерений, хотя и определяет границы истинного значения измеряемой величины, не позволяет судить о степени точности результатов измерений. Например, при измерении диаметра пули микрометром эксперт может получить результат $x = 7{,}62$ мм, а абсолютная погрешность серии измерений $\Delta = 0{,}01$ мм. Измерив толщину листа бумаги тем же микрометром, можно получить результат 0,1 мм, а $\Delta = 0{,}01$ мм. В обоих случаях абсолютная погрешность одинакова, но степень точности в первом случае выше, чем во втором.

Для установления степени точности используют отношение абсолютной погрешности серии измерений Δ к среднему значению x измеряемой величины. Частное показывает в процентах, какую долю составляет абсолютная погрешность от измеряемой величины и называется относительной погрешностью.

Произведенная таким образом математическая обработка результатов измерений позволяет получить более полную и объективную информацию о свойствах предмета исследования, оценить точность полученных результатов с учетом степени надежности избранного метода исследования. Результаты измерений рекомендуется заносить в таблицу, отражающую их последовательность и процесс обработки. Таблица наглядна и позволяет произвести при необходимости быструю проверку полученных результатов. Под таблицей следует указать численные значения полученных интервалов, которые станут выводом о результатах измерений какой-либо величины.

7. Основы планирования экспериментов

Планирование экспериментов является ответственным моментом в процессе получения доказательной информации. Интерес к нему понятен: перспектива сокращения числа опытов, т. е. сокращение времени и затрат на проведение эксперимента, поиск оптимума, получение количественной оценки влияния различных факторов и определение ошибки эксперимента с высокой точностью. Этих результатов можно достичь путем проведения многофакторного (полного факторного) эксперимента, в котором с ростом числа факторов дисперсия в оценке результатов эксперимента уменьшается, так как одновременно варьируются все переменные.

Количество повторений эксперимента в каждой точке зависит от доверительной вероятности, с которой необходимо определить зависимость функции отклика от исследуемых параметров.

Задаваясь доверительной вероятностью α по справочным таблицам, определяют количество необходимых повторений эксперимента n_u.

Точность исследований можно оценивать с помощью коэффициента вариации, а его эмпирическая характеристика определяется соотношением:

$$\upsilon = \frac{S}{\bar{x}}, \tag{20}$$

где S — среднее квадратичное отклонение случайной величины;

$\bar{x}$ — среднее арифметическое значение исследуемой величины.

При проведении полного факторного эксперимента в качестве верхнего и нижнего уровня варьирования факторов принимаются значения факторов, влияние которых исследуется. Данные значения сводятся в таблицу, аналогичную таблице 2.

Таблица 2

Уровни варьирования факторов

Факторы	-1	0	+1
m, мм	2	3,5	5
z	20	36	52
S_0, мм/об	1	3	5

По результатам эксперимента необходимо определить значение коэффициентов регрессии. С этой целью исследуется модель функции отклика вида:

$$y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + b_{12}x_1x_2 + b_{13}x_1x_3 + b_{23}x_2x_3 + b_{123}x_1x_2x_3, \tag{21}$$

где b — постоянный коэффициент регрессии.

Матрица планирования эксперимента (табл. 3) состоит из серии опытов, и дисперсия эксперимента получается в результате усреднения дисперсии всех опытов. Речь идет о подсчете дисперсии ошибки опыта $S^2_{ош}$.

Таблица 3

Матрица планирования многофакторного эксперимента

Номер опыта	m, мм	Z	S_0
1	-	-	-
2	+	-	-
3	-	+	-
4	-	-	+
5	+	-	+
6	+	+	-
7	-	+	+
8	+	+	+

Количество возможных вариантов в матрице планирования определяется как $N = 2^k$, где k — число исследуемых факторов.

Первый вопрос, который интересует нас после определения математической модели, это ее пригодность. Таким образом, необходимо провести проверку на адекватность математической модели. Остаточная сумма квадратов, деленная на число степеней свободы, называется дисперсией неадекватности $S^2_{на}$. Проверка однородности дисперсии производится с помощью критерия Фишера, предназначенного для сравнения двух дисперсий:

$$F = \frac{S^2_{на}}{S^2_{ош}}. \qquad (22)$$

Проверка значимости каждого коэффициента регрессии проводится независимо по t-критерию Стьюдента. Для нахождения t-критерия можно воспользоваться таблицей или подсчитать по формуле:

$$t = \frac{|b_i|}{S\{b_i\}}. \qquad (23)$$

Опыты считаются браком, если выполняется условие $t_{эксп} \geq t_{табл}$.

Обработка результатов эксперимента проводится в следующей последовательности:

1) оценка дисперсии среднего арифметического в каждой строке матрицы;

2) проверка адекватности модели;

3) проверка однородности дисперсии с помощью критерия Фишера;

4) проверка значимости коэффициентов регрессии с помощью критерия Стьюдента.

После математической обработки экспериментальных данных получают степенные зависимости для определения исследуемой величины в зависимости от различных факторов, которые в общем виде определяются следующим уравнением:

$$h = C_h \cdot S_o^{x_2} \cdot m^{x_4} \cdot z^{x_5}, \tag{24}$$

где x_i — показатели степени;

C_h — коэффициент, учитывающий влияние нерегулируемых параметров.

Литература

1. *Выгодский М. Я.* Справочник по элементарной математике. М., 1971.
2. *Зельдович Я. Б.* Высшая математика для начинающих и ее приложения к физике. М., 1970.
3. Использование математических методов в криминалистических экспертных исследованиях / Под ред. Г. Л. Грановского. Волгоград, 1981.

ЛЕКЦИЯ 5

ПРИМЕНЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ ПРИ ПРОВЕДЕНИИ ЭКСПЕРТНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ: ТРАСОЛОГИЧЕСКИХ, БАЛЛИСТИЧЕСКИХ, ДАКТИЛОСКОПИЧЕСКИХ, ПОРТРЕТНЫХ, ПОЧЕРКОВЕДЧЕСКИХ

Проведение сложных по своей сути исследований, к которым можно отнести экспертные, должно осуществляться в соответствии с методикой, которая содержит определенный алгоритм действий эксперта. В зависимости от вида решаемых задач данный алгоритм будет изменяться в деталях, но его общая структура остается неизменной и содержит целый ряд обязательных положений.

Понятие «алгоритм», рассматриваемое как жесткое предписание к порядку проведения каких-либо действий, в науке и практической деятельности используется очень давно. Однако сфера его применения обычно ограничивается математикой и решением технических задач.

Теория алгоритмов, сформировавшаяся на основе математической логики как самостоятельное научное направление, тесно связана с вычислительной математикой и компьютерными технологиями, в частности программированием.

В соответствии с данной теорией понятие алгоритма может рассматриваться на трех уровнях: интуитивно-содержательном, на уровне формальных уточнений и на прикладном уровне. Областью применения первого и второго уровней являются математика и вычислительная техника, где понятие «алгоритм» обозначает точную логическую последовательность вычислительных операций.

На прикладном уровне также предусматривается логическая последовательность действий, учитывающая особенности объекта исследования. По этой причине в алгоритм вносятся коррективы, в отличие от классических алгоритмов, где ситуация выбора решения исключается. Алгоритмы решения практических задач часто называют стохастическими или неопределенными. Решение таких задач может осуществляться различными методами, выбор которых определяется характером ограничений, заложенных в исходных данных.

Криминалистической деятельности по раскрытию и расследованию преступлений свойственны как «определенные», так и «неопределенные» задачи.

При их решении возникает необходимость целой совокупности различных алгоритмов. Здесь нужно учитывать специфику как криминалистических задач в целом, так и специфику конкретных видов криминалистической деятельности.

1. Криминалистические алгоритмы. Их виды и основные свойства

Из сказанного выше следует, что **принципиально невозможно разработать единый алгоритм, пригодный для решения криминалистических задач любого класса**. По этой причине невозможно дать универсальное и полное определение понятия «криминалистический алгоритм».

Однако существует ряд требований, которым должен отвечать криминалистический алгоритм: определенность, массовость и результативность.

Определенность криминалистического алгоритма — возможность выбора типа алгоритма и изменения его параметров. Причем по степени определенности это могут быть как жестко детерминированные алгоритмы (таковыми являются алгоритмы компьютерной обработки криминалистической информации), так и изменяемые.

Универсальность криминалистического алгоритма — применимость алгоритма для исследования множества подобных объектов. Так, Г. Л. Грановский отмечает: «Массовость (универсальность) означает, что алгоритм должен обеспечивать исследование не одного какого-либо объекта, а некоторого класса объектов и задач».

Сущность неточности в данном случае состоит в том, что «класс», как известно, является высшей классифицированной категорией, по которой все экспертно-криминалистические исследования принято объединять в один класс судебных экспертиз — криминалистические. В рамках же только этого класса выделяют 10 родов криминалистических экспертиз, а в каждом роде — виды и подвиды исследований, соответствующих реальным задачам практики борьбы с преступностью.

Очевидно, что не может быть алгоритма, способного обеспечить решение такого многообразия задач. Однако это не следует понимать как принципиальную невозможность разработки и использования универсального алгоритма, пригодного для исследования аналогичных по своей структуре объектов.

Так, в почерковедческой экспертизе используются алгоритмы, рассчитанные на вероятностно-статистическую оценку совпадений признаков почерка при идентификационном исследовании «смешанных» (буквенных и цифровых) записей; установление факта намеренного изменения почерка и др.

В портретной экспертизе разработка универсальных алгоритмов обычно осуществляется с учетом ракурса изображения объектов исследования и других его характеристик.

Результативность алгоритма — способность обеспечивать решение задачи при наличии необходимых и достаточных исходных данных.

Для повышения результативности применения алгоритма решения задач используют такую структуру алгоритма, которая предусматривает не жестко фиксированные элементарные действия, а логические «блоки» действий.

По стадиям информационных процессов и их целевому назначению криминалистические алгоритмы можно разделить на следующие:

— выделения информации;

— сравнения информационных комплексов;

— формирования выводов.

По виду решаемых задач алгоритмы можно разделить на классификационные, идентификационные, пространственно-временные (ретрологические), диагностические и ситуационные.

Такой подход в классификации наиболее предпочтителен ввиду наличия возможности выявления общих положений и специфики применения математических методов в криминалистической деятельности при решении конкретных видов криминалистических задач.

Математические методы и средства вычислительной техники могут использоваться как по отдельности, так и в различном сочетании. С учетом этого разработано множество частных методик решения криминалистических задач, отличающихся как математическим аппаратом, который в них используется, так и непосредственными целями его применения. Основной задачей данных методик является получение объективной информации в процессе исследования и оценки результатов.

Примерами являются методики экспертного исследования по идентификации личности, основанные на использовании аппарата теории вероятностей, математической статистики и аппарата проективной геометрии; методики решения криминалистических задач, базирующиеся на использовании аппарата математической логики и ЭВМ; методики дифференциации сходных почерков и установления пола и возраста исполнителя рукописи, основанные на использовании теории распознавания образов и др.

Несмотря на то, что каждая из названных методик имеет свою специфику и ориентирована на решение конкретных задач, все они обладают рядом общих свойств:

1. Постановка задачи, определение цели исследования, решение задач путем выделения из общей задачи элементарных; определение методов, средств и приемов реализации исследований; собственно практическая деятельность, состоящая из совокупности операций по получению результата и его оценки; принятие решения.
2. Системная организованность объектов познания, количественная определенность и использование математического аппарата, а также функциональный и алгоритмический подходы к процессу и объекту познания.
3. Математическое или программное моделирование физических объектов и явлений, разработка либо выбор алгоритма исследования. Сущность моделирования заключается в замене объекта-оригинала моделью (математической, физической или программной), т. е. специально созданным аналогом, который воспроизводит существенные признаки и свойства объекта исследования.
4. Использование математического аппарата в совокупности со средствами вычислительной техники для качественной и количественной оценки свойств объекта исследования.

В свете сказанного становится ясной проблема определения границ, задач и условий использования методов математики и компьютерной техники в сфере экспертной деятельности.

2. Направления применения математических методов в решении экспертных задач

Решение основных задач экспертной практики в рамках традиционных видов экспертиз и полное использование возможностей математических методов в различных криминалистических методиках зависит от правильного целевого использования соответствующих методов.

Применение математических методов, как было изложено в предыдущих лекциях, охватывает весьма широкий спектр задач — от количественного выражения эффективности предварительного следствия до планирования экспертного эксперимента и измерения линейных размеров различных объектов криминалистических экспертиз.

Ввиду такого многообразия решаемых задач применяются различные математические методы и средства получения объективной информации, что в сочетании с особенностями объекта исследования позволяет разработать индивидуальный алгоритм решения конкретной задачи. Вместе с тем, на практике выработан ряд общих принципов и условий их использования.

Во-первых, это строгое соблюдение правил и методик той области знания, данные которой используются. Применительно к рассматриваемому вопросу — это, прежде всего, правила проведения измерительных и вычислительных операций, разработанные в метрологии, теории вероятности и вычислительной математике. При этом следует учитывать погрешности (систематические, случайные), которые могут возникнуть в процессе измерений или при выполнении вычислительных операций. Такого рода погрешности должны быть сведены к минимуму. Например, для снижения погрешности измерений их производят многократно, а затем определяют среднеарифметическое значение измеряемого параметра и среднеквадратичную ошибку измерений. Количество измерений определяется доверительной вероятностью или необходимой точностью измерений.

Во-вторых, к числу важных условий, определяющих возможность применения измерительных и вычислительных методов, относится выделение признаков и их параметров, подлежащих анализу и количественной оценке.

Для каждого объекта исследования характерна своя совокупность признаков. Так, для рукописных текстов — это признаки письма и почерка, для лица человека — анатомические особенности его строения. Для их количественной характеристики они должны быть измерены каким-либо известным способом.

В качестве измеряемого параметра может выступать как непосредственно измеренная величина, так и расчетная, например, частота встречаемости признака. Причем результаты можно систематизировать и получить общую картину как для конкретного объекта, так и для всей совокупности объектов данного класса. Показатель частоты встречаемости в совокупности с полученной в ходе измерений информацией дает полное представление об объекте исследования с высокой надежностью полученных результатов. Вот почему в решении проблем объективизации и повышения научной обоснованности криминалистических исследований идентификационного характера особое внимание уделяется определению частоты встречаемости какого-либо признака.

В настоящее время такого рода методики разработаны и используются в целом ряде судебно-экспертных исследований. По существу тот же подход используется во всех автоматизированных криминалистических информационно-поисковых системах и базах данных криминалистической информации. Для повышения эффективности решения задач поиска, распознавания и идентификации визуальной информации при помощи АИПС применяются системы управления базами данных (СУБД).

3. Особенности применения математических методов при проведении экспертных исследований

Итак, применение математических методов при проведении различных видов экспертиз получило широкое распространение и заняло прочное положение в данной области и в криминалистике в целом. Однако, применительно к каждой из отдельных видов криминалистических экспертиз, существуют определенные особенности и методики использования математических методов, которые необходимо знать и учитывать при их проведении.

3.1. Использование математических методов в трасологической экспертизе

Трасология — это криминалистическое учение о следах. Причем под следами понимают любые последствия преступления, отображающие внешние признаки оставивших их объектов. Внешние признаки материальных предметов — это их форма и размеры, а также форма и размеры отдельных признаков. В зависимости от качества и количества отобразившихся в следе признаков, его можно использовать для отнесения оставившего данный след объекта к определенному классу, роду, виду, группе или для идентификации, что очень важно для установления и розыска преступника.

Для решения всех этих задач необходимы соответствующие средства и методы обнаружения, фиксации и исследования следов-отображений. В большинстве случаев доказательную информацию получают в ходе проведения экспертных исследований с использованием различных методов, в том числе и математических.

Если рассмотреть механизм образования следов-отображений, то следы можно подразделить на статические и динамические, объемные и поверхностные, локальные и периферические. Каждая из этих категорий несет в себе информацию в виде определенных размерных и геометрических параметров, которые, в свою очередь, могут быть подвержены измерению и выражению в численном виде. Простейшие математически методы с успехом применяются в трасологических исследованиях. Например для сравнения некоторых следов используют вспомогательные линии или плоскую систему координат. С их помощью учитывают ориентацию следов с совокупностью идентификационных признаков в пространстве. Рассматривая трасологические объекты, можно заметить, что их длина и ширина намного больше глубины. Поэтому вместо пространственной системы координат на практике часто применяют плоскую. Признаки отдельных следов можно представить в виде точек, находящихся в данной системе координат. Каждая точка характеризуется парой чисел «x» и «y» в прямоугольной системе координат, которые можно использовать при проведении сравнительного исследования.

При сравнении следов с помощью вспомогательных линий или системы координат необходимо учитывать, что взаимное расположение частных признаков, отобразившихся в следах, может изменяться в процессе эксплуатации объекта, оставившего данный след. Это обстоятельство приводит к появлению различий, которые учитывают при помощи коэффициента корреляции.

Также возможно применение полигонного метода сравнения, суть которого заключается в нанесении на фотографическое изображение характерных точек, соединении их отрезками и проведении сравнительного исследования по площади, форме полученных фигур, а также по длине отрезков и величине углов между ними. Описанный метод поддается автоматизации, однако на практике применяется в качестве предварительного метода сравнительного исследования.

При исследовании динамических следов, имеющих вид трасс, расположенных параллельно друг другу, применяются профилограммы. В ходе сравнительного исследования производится сравнение профилограмм исследуемого и экспериментального следов. Для их математической обработки применяется методика на основе аффинных преобразований.

Применение данного метода связано с сопоставлением как высотных параметров отдельных элементов профиля, так и параметра его ширины. Пользуясь аппаратом математической статистики, можно оценить взаимосвязь параметров, характеризующих профилограммы исследуемого и экспериментального следов при помощи коэффициента корреляции. Если он равен единице или близок к ней, то существует тесная зависимость между профилограммами. Если коэффициент близок к нулю, то связь между профилограммами отсутствует. В том случае, когда коэффициент корреляции находится в пределах 0,4-0,6 необходимо проведение дополнительных исследований.

Базисные линии зачастую нельзя провести однозначно, из-за чего не удается сохранить условия пропорциональности соответственных отрезков, а значит, сравнить профилограммы описанным методом. Поэтому на основе аффинных преобразований разработана методика анализа кривых профилирования без использования базисных линий. Расчеты основаны на сопоставлении треугольников, в качестве опорных точек которых используются наиболее характерные точки обеих кривых. Ввиду того, что профилограммы могут быть получены под различными встречными углами, учитывают не площади треугольников, а их отношения. Если на обеих кривых зафиксирован след одного и того же инструмента, то отношение площадей соответствующих треугольников есть величина постоянная при одинаковом масштабе профилограмм. Анализ и математическая обработка кривых профилирования с использованием базисных линий и без них аналогичны. Следует помнить, что отношения площадей соответствующих треугольников получить практически невозможно ввиду отклонений в профиле самих следов. Это объясняется особенностями и условиями следообразования.

3.2. Использование математических методов в баллистической экспертизе

В формировании специальных знаний в области баллистики существенную роль играют научные положения общей баллистики. Ввиду этого возникает необходимость разработки ряда специальных рекомендаций на базе криминалистической методологии и с использованием знаний таких наук, как химия, физика, математика.

Как один из видов традиционных криминалистических экспертиз баллистика представляет систему научно-технических средств и методов обнаружения, фиксации, изъятия и исследования соответствующих объектов с целью определения их групповой (видовой) принадлежности, индивидуальной идентификации, а также установления факта и обстоятельств выстрела.

Объектами исследования баллистической экспертизы являются огнестрельное оружие, отдельные его части, заготовки деталей оружия, боеприпасы, инструменты, материалы, применяемые для изготовления деталей оружия и снаряжения боеприпасов, преграды, на которых остались следы выстрела, пробоины.

На стадии проведения баллистической экспертизы, как правило, исследуют объекты как заводского, так и самодельного изготовления. Для того чтобы признать объект огнестрельным оружием, приходится проводить оценку на соответствие данного объекта основным критериям: огнестрельность, оружейность и надежность.

Основными характеристиками поражающей способности пули являются кинетическая энергия пули, ее конструкция (форма головной части и площадь поперечного сечения). Кинетическая энергия E (Дж) пули определяется скоростью ее полета V (м/с) и массой m (кг) и вычисляется по формуле:

$$E = \frac{mV^2}{2}. \qquad (1)$$

Нанести повреждение пуля может в случае достижения определенного значения кинетической энергии. При проведении экспериментальных исследований было установлено, что для пуль малого и среднего калибра от 5,6 до 9 мм данное значение составляет 100 Дж. Однако очевидно, что при одинаковой кинетической энергии пули различной конструкции могут нанести различные повреждения. Поэтому необходимо также учесть поперечное сечение пули в совокупности с кинетической энергией. Для этого рассчитывают площадь $S = \pi R^2$ (где R — радиус ведущей части пули), в соответствии с этим значением определяют удельную кинетическую энергию как:

$$E_{уд} = E/S. \qquad (2)$$

Если проанализировать входящие в зависимости (1 и 2) значения, то неизвестным остается значение фактической скорости пули, выстреленной из данного образца оружия. Для определения скорости пули применяется ряд методик, включающих основные математические зависимости и физические явления.

Определение скорости полета пули. Для определения скорости полета пули, значение которой необходимо для расчета кинетической энергии, могут использоваться различные методы и устройства. Однако все измеренные в ходе экспертного эксперимента величины находятся во взаимосвязи друг с другом, которая выражается соответствующими функциональными зависимостями. Далее мы рассмотрим основные методики определения скорости полета пули и методики обработки экспериментальных данных.

Метод баллистического маятника основан на физическом законе сохранения суммарного импульса системы тел при их соударении. Баллистический маятник представляет собой массивное тело, укрепленное на подвесе (рис. 39).

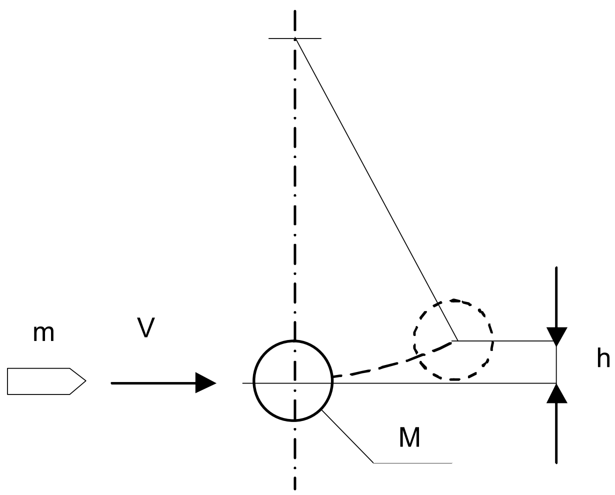


Рис. 39. Схема измерения скорости полета пули с помощью баллистического маятника

Движущаяся пуля, попадая в неподвижный маятник, вызывает его колебания. Зная массу пули m, массу маятника M и максимальную величину подъема центра тяжести маятника h, можно рассчитать скорость пули V в момент соударения ее с маятником по формуле:

$$V = \frac{m + M}{m}\sqrt{2gh}\,, \tag{3}$$

где g = 9,8 м/с^2 — ускорение свободного падения.

Механический хронограф. Одна из конструкций механического хронографа представляет собой два вращающихся бумажных диска, закрепленных на одной оси. При выстреле пуля пробивает сначала один, а затем второй диск (рис. 40).

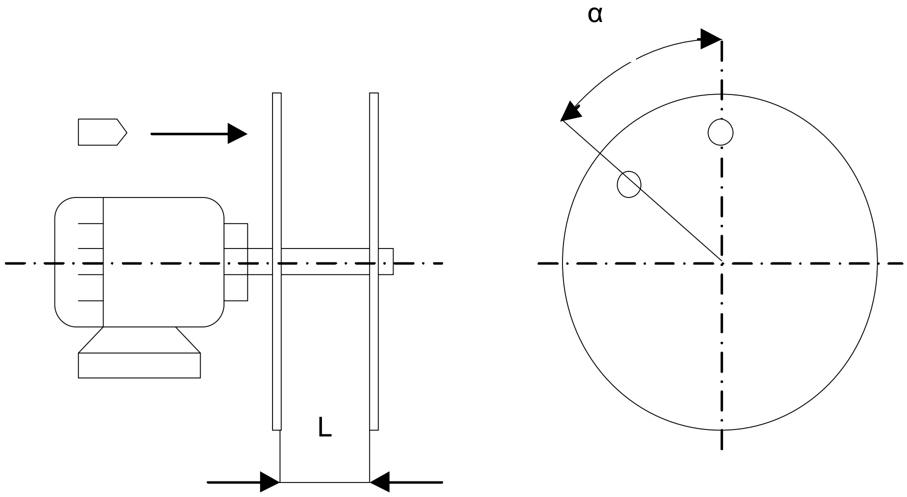


Рис. 40. Схема определения скорости полета пули с помощью механического хронографа

Время движения пули между дисками определяется по величине угла поворота дисков от пробоины до пробоины. Зная расстояние между дисками и скорость их вращения, скорость полета пули можно вычислить по формуле:

$$V = 6L\frac{N}{\alpha}, \qquad (4)$$

где L — расстояние между дисками, м;

N — число оборотов оси с дисками в минуту;

α — угол в градусах между пулевыми пробоинами.

Чем выше скорость вращения дисков, тем больше точность измерения скорости полета пули.

Определение дистанции и направления выстрела из гладкоствольного оружия. Дистанция и направление выстрела позволяют установить место производства выстрела (местоположение стрелявшего). В результате взаимодействия дробового заряда с преградой отдельные дробинки могут находиться на достаточно большом расстоянии друг от друга. Замкнутая кривая, ограничивающая данный след, имеет форму окружности, если плоскость поражения объекта перпендикулярна направлению выстрела. Если объект находился под углом, то данная кривая имеет форму эллипса. При увеличении расстояния между местом выстрела и преградой происходит значительное увеличение россыпи дроби, а соответственно увеличение диаметра контура, ограничивающего след выстрела. Математическая модель осыпи дроби представляет собой группу точек на объекте, расположенных относительного мнимого центра. Такое рассеяние происходит по закону Релея. Экспериментально было установлено, что только небольшая часть дробинок (около 2-4%) находится на значительном расстоянии от условного центра.

Для определения направления близкого выстрела необходимо установить часть преграды, со стороны которой был произведен выстрел, и угол, под которым снаряд вошел в преграду. Для нас наибольший интерес представляет решение второй задачи. Угол, под которым снаряд вошел в преграду, может быть определен по форме пулевой пробоины и пояска обтирания, а также по направлению пулевого канала. В том случае, если выстрел производился по нормали к преграде, образуется цилиндрическое отверстие. При выстреле под углом пулевая пробоина и поясок обтирания имеют форму эллипса. Данное утверждение может быть доказано путем проецирования окружности на плоскость, расположенную перпендикулярно направлению движения пули — в первом случае, и под определенным углом — во втором. Для приблизительного определения угла выстрела в плоскую преграду по форме пулевого отверстия или форме пояска обтирания можно пользоваться следующей формулой:

$$\alpha = \arcsin \frac{d}{D}, \tag{5}$$

где d — длина малой оси;
D — длина большой оси эллипса.

3.3. Использование математических методов при проведении дактилоскопической экспертизы

Дактилоскопическая экспертиза давно заслужила признание как одно из самых эффективных средств идентификации личности и установления фактов, имеющих большое значение в оперативно-разыскной деятельности, расследовании преступлений и судебном разбирательстве уголовных дел. Данный вид криминалистического исследования предполагает использование математических методов, а в частности вероятностно-статистических, с целью определения идентификационной значимости того или иного признака и частоты его встречаемости.

Поверхность ладоней отличается по своему строению от остальной поверхности кожного покрова ввиду наличия своеобразного рельефа, состоящего из мелких чередующихся валиков и бороздок. Выступающие части кожного покрова — папиллярные линии — образуют сложные узоры, в особенности на ногтевой фаланге. Их центральные части представляют собой потоки папиллярных линий в виде дуг, завитков, петель. Общие размеры папиллярных узоров, их тип, вид, разновидность составляют их общие признаки. Но каждая папиллярная линия имеет свои особенности строения в виде островков, разрывов, раздвоений, слияний, утолщений, форм краев папиллярных линий в межпапиллярных бороздках, фрагментов, точек и т. д. Такие мелкие морфологические признаки папиллярных линий являются частными признаками папиллярного узора. В своей совокупности они составляют комплекс частных признаков, которые в дальнейшем применяются для проведения идентификационных исследований.

В ходе дактилоскопической экспертизы широко применяются вероятностно-статистические методы обработки фактической информации для расчета ожидания наступления случайного события в будущем, анализа событий, которые произошли ранее и имеют место в настоящий момент, а также идентификации лица по следам (отпечаткам) пальцев рук. Вероятностно-статистический метод позволяет изучать массовые явления, подверженные действию случайных факторов.

Признаки, по которым один объект можно отличить от другого, аналогичного ему, можно рассматривать как элементарные случайные события. Как случайность воспринимается определенная совокупность признаков, представляющая собой идентификационную характеристику предмета. Исходя из этого, следует признать реальность создания объективных критериев оценки индивидуальности комплекса идентификационных признаков на основе вероятностных расчетов. При определении минимального количества совпадений частных признаков в следах рук полагалось, что каждый папиллярный узор представляет собой комбинацию различных количеств частных признаков в основном четырех видов — начало, окончание, разветвление и слияние папиллярных линий.

В практике производства дактилоскопических экспертиз бывает необходимо установить пригодность следа для идентификации, что является достаточно сложной задачей при малом количестве идентификационных частных признаков.

Так, в 1911 г. французский ученый Бальтазар, проведя вероятностно-статистические расчеты, установил, что для вывода о тождестве нужно иметь не менее 12 совпадающих признаков. Недостаток его математической модели состоит в упрощении детализации следа и допущении равнозначности признаков папиллярного узора.

Вопрос пригодности следов рук для идентификации рассматривался в 1972 г. во ВНИИСЭ Л. Г. Эджубовым и Б. С. Брудовским. Авторы модели исходили из того, что каждый конкретный след содержит индивидуальную качественную и количественную информацию. В основу математической модели положено деление среднестатистического отпечатка на 80 деталей: 20 начал, 12 разветвлений, 4 точки, 3 обрыва и т. д. Пользуясь методами теории вероятностей, вычисляют вероятность появления той или иной совокупности частных признаков. Затем производят определение возможного числа размещений деталей в узоре на основе информации о площади следа или его фрагмента, и об общей длине линий.

Математический аппарат методики определения пригодности следа папиллярного узора для идентификации сводится к нахождению значений вероятностей появления определенных групп признаков и расчета общей вероятности.

3.4. Использование математических методов в портретной экспертизе

Начало разработки проблемы идентификации личности по чертам внешности относится к последнему десятилетию XIX в. Однако методики идентификации личности по различным фотоснимкам возникли позднее. Р. А. Рейсс в 1909 г. утверждал, что сравнение фотоснимков, изготовленных по определенным правилам с помощью аппарата Бертильона, производится очень легко. Тождество личности можно считать установленным, если на сравниваемых фотоснимках все черты лица, особенно уши, совпадают во всех деталях. Совпадение особых примет — родимых пятен, рубцов, линии начала роста волос и т. д., еще больше подтверждает это заключение.

Впоследствии Н. Д. Вороновский предложил для сравнения фотоснимков в анфас использовать изображения одинакового масштаба с выполненной на них разметкой. Для этого на каждом из них проводят горизонтальную прямую, соединяющую зрачки глаз; через середину прямой проводят перпендикулярную линию. Обе линии образуют оси координат. По вертикальной оси откладывают вверх и вниз несколько отрезков, равных половине расстояния между зрачками. Через полученные точки проводят горизонтальные прямые параллельно линии, соединяющей зрачки глаз. Аналогично поступают в отношении горизонтальной оси. Таким образом, получается координатная сетка, покрывающая весь снимок. Пользуясь этой сеткой, сравнивают локализацию различных деталей лица и особых примет. Если они совпадают, это служит доказательством того, что на сравниваемых фотоснимках изображено одно и то же лицо.

Учитывая явления биологической асимметрии, нельзя сравнивать признаки, наблюдаемые на одной стороне лица, с признаками, находящимися на другой (например, нельзя сравнивать строение правой и левой ушной раковин). Признаки, на которых основывается вывод, должны быть четко видны на фотоснимках. При этом в литературе рекомендовалось учитывать общие характеристики признаков по их геометрическим формам (овальная, треугольная, круглая, прямоугольная) и размерам (малый, средний, большой), установленным «на глаз». Такие исследования были лишены каких-либо объективных критериев. Правильность оценки результатов сравнительного исследования в значительной мере зависела от опыта, знаний и наблюдательности эксперта.

Стремление получить объективную информацию в процессе сравнения признаков привело к появлению метода наложения. Данный метод заключается в сравнении одноименных половин лица путем наложения негативных изображений, выполненных в едином масштабе.

В дальнейшем по предложению А. П. Гусева стали применять метод наложения диапозитивов друг на друга, или диапозитива с одного из исследуемых портретов на позитивный отпечаток второго фотопортрета, либо использовали наложение сравниваемых фотоизображений с помощью стереоскопа. Однако и эти методы давали убедительные результаты лишь в тех случаях, когда:

— в распоряжении эксперта были снимки, изготовленные строго в одном ракурсе (даже небольшое различие в положении и наклоне головы меняет соотношение изучаемых признаков и может привести к ошибочным выводам);

— снимки можно было привести к точно одинаковому масштабу;

— между изготовлением сравнительных фотоснимков прошел относительно небольшой промежуток времени, в течение которого общие размеры головы и мягких тканей существенно не изменились.

С середины пятидесятых годов было предложено использовать в портретно-криминалистической экспертизе методы измерений с помощью различных инструментов и приспособлений, а также проводить обработку полученных результатов с использованием математического аппарата. В 1954 г. В. И. Зубков проделал огромную экспериментальную работу с целью определения размерных соотношений при установлении личности по фотографиям. На основаниях эксперимента он пришел к выводу, что отображение размеров частей лица на снимке зависит от положения головы (наклона и поворота). Однако изменение положения головы влечет за собой изменение размеров ввиду перспективных линейных искажений. Так, наклон головы вперед или отклонение назад изменяет линии и формы лица. Поворот головы изменяет отображение формы уха. В зависимости от источника света увеличивается или уменьшается количество теней, изменяющих отображение форм частей лица.

В 1962 г. З. И. Кирсанов предложил методику сравнения фотографических снимков с использованием координатной сетки, служащей для установления расположения определенных черт лица на фотоснимке и для последующего производства измерений различных проекций лица, с учетом не только количественного критерия совпадающих либо различающихся признаков. В методике учитывается частота встречаемости и взаимозависимость признаков, а также возможность вычисления поправок при различном ракурсе изображения лица. Однако предложенная методика сложна и трудоемка, требует знаний математики и поэтому не нашла широкого применения в экспертной практике. Между тем использовать ее целесообразно, особенно в случаях, когда на исследование представляются любительские фотоснимки с произвольным положением головы. В связи с этим размерные проекции лица претерпевают существенные изменения.

В 1965 г. Р. Э. Эльбур предложил использовать в портретной идентификации графические алгоритмы из проективной геометрии. На фотоснимках, подлежащих сравнению, наносятся константные точки:

— фиксирующие внутренние и внешние углы глаз;
— фиксирующая переход лба в переносицу;
— фиксирующая основание носа;
— фиксирующие углы рта в спокойном состоянии.

Как в первом, так и во втором случаях возникают условия обратимости изображения, обеспечивающие исходную информацию для расчетов, т. е. начальные данные, без которых задача становится неразрешимой. Элементами начальных данных являются главная точка картины и фокусное расстояние.

Почти во всех работах по портретной экспертизе рекомендуется подвергать исследованию место расположения признаков (определенных точек на лице) и линейные расстояния между ними. Имеется ли какая-либо закономерность в этих изменениях? Некоторые данные по этому вопросу можно найти в анатомической и антропологической литературе и в работах, содержащих сведения о скульптурном воспроизведении лица.

Эти данные имеют большое значение для портретной экспертизы. Во-первых, они позволяют учитывать закономерности изменений в соотношении частей лица в период до окончательного формирования костной основы лица. Во-вторых, дают основания предполагать, что у человека после достижения определенного возраста изменение мягких покровов происходит пропорционально, и хотя линейные размеры между признаками изменяются, угловые соотношения могут оказаться относительно устойчивыми.

Поэтому возникла идея сравнивать в системе координат не расположение той или иной точки и не линейные величины между точками, а их угловые соотношения. Чтобы проверить устойчивость этих соотношений, нужно изучить их у одних и тех же лиц в разные периоды жизни, а для проверки индивидуальности — сопоставить все показатели, наблюдаемые у разных лиц, в совокупности.

Затем константные точки по правилам проективной геометрии проецируются на другую плоскость, приобретая новую ориентацию. Размещение константных точек на проекции дает возможность, как утверждает автор, сравнивать изображения, полученные в разном масштабе и разного ракурса. Есть основания полагать, что такая информация будет строго индивидуальна и свойственна чертам внешности лишь определенного человека.

До настоящего времени в криминалистической практике не получили широкого применения стереоскопическая фотография и стереопара как документы, позволяющие с математической точностью установить размеры объектов. Обычно на фотоснимках, представляемых на исследование, не фиксируется главная точка — точка пересечения оптической оси объектива фотоаппарата с плоскостью снимка, расположенного обычно в зоне центра кадра, не указывается и фокусное расстояние объектива фотокамеры.

Рассмотрим пример идентификации человека по его фотографическим изображениям на основе качественного и количественного подходов к характеристике и оценке анатомических особенностей деталей лица. Количественный подход выражается в использовании данных о частоте встречаемости и идентификационной значимости совокупности выделенных признаков и данных, характеризующих абсолютные величины отрезков между наиболее информативными анатомическими точками. Например, расстояние между нагруженными углами глаз — показатель 6-7, расстояние между углами рта — показатель 1-2 (рис. 41).

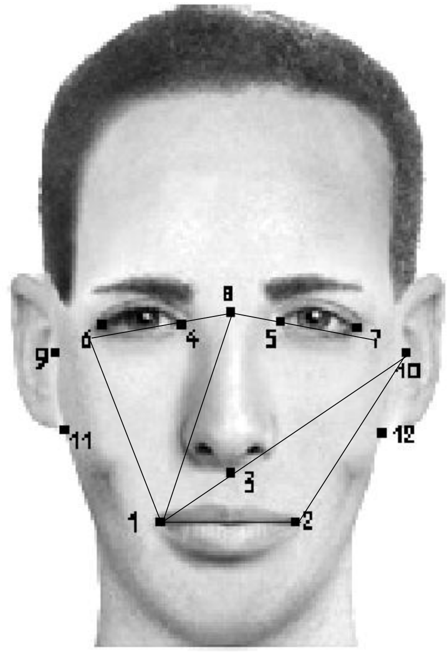


Рис. 41. Антропометрические точки и отрезки между ними

Анализ экспертной практики показывает, что названная методика с успехом используется для решения идентификационных задач данного типа.

Вместе с тем, как и любой иной методике, ей присущи и определенные недостатки. Несмотря на то, что данная методика в принципе позволяет исследовать изображения разного ракурса, в таких случаях приходится прибегать к серии дополнительных и сложных расчетов, которые, с одной стороны, сопряжены с введением ряда поправочных коэффициентов, с другой — выражают результат исследования лишь определенной степенью вероятности.

С учетом этого криминалисты всегда стремились разобрать такие методики идентификации личности по фотоизображениям, которые бы органично дополняли описанную выше методику, в частности, еще более оптимизировали процесс анализа и оценки измерительных характеристик, получаемых на базе основных антропометрических точек.

Таковым является аналитический метод идентификации лиц по их фотоизображениям.

Сущность и обоснование метода заключаются в следующем. При разработке названного метода была использована информация, характеризующая пространственную и линейную структуру лица.

Анализ и оценка такого рода информации были основаны на изучении совокупности системы анатомических точек на лице человека, несущих наибольшую информацию об определенности конкретного лица. Всего было выделено 12 таких точек, соответствующих внешним и внутренним углам глаз, углам рта, переходу носа в лоб, основанию носа, точка на выступе козелка и точки, фиксирующие окончание мочек ушей (их прилегание).

Если эти точки поочередно соединить между собой, можно получить 66 отрезков, совокупность которых выражает индивидуальную особенность как пространственной, так и линейной структуры лица человека.

Чтобы воспользоваться информацией о пространственной и линейной структуре лица человека, которую дают указанные отрезки, и использовать ее для идентификационных целей, необходимо знать, как изменяется их величина в зависимости от ракурса съемки.

Известно, что каждое фотографическое изображение лица человека (каждый ракурс съемки) характеризуется тремя основными параметрами — тремя углами поворота: в горизонтальной плоскости (вокруг оси Z — угол α), вертикальной плоскости (вокруг оси Y — угол β) и боковой плоскости (вокруг оси X — угол γ). Назовем такие повороты простыми. Очевидно, что наряду с простыми, существуют и сложные повороты головы, т. е. случаи, когда голова человека имеет поворот одновременно в двух или трех плоскостях (рис. 42).

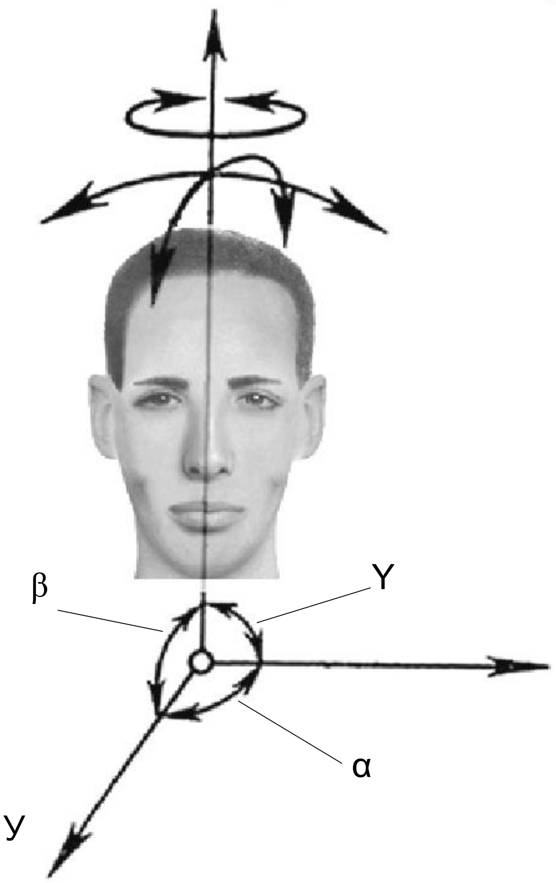


Рис. 42. Углы поворота объекта съемки

Если зафиксировать при определенных одинаковых условиях съемки возможные положения головы в пространстве и при этом точно учесть параметры, характеризующие каждый ракурс, то полученные фотоснимки можно использовать для установления действительных размеров и положения отдельных элементов лица человека. Для количественной характеристики указанных изменений их необходимо выразить в виде определенных математических отношений, а затем использовать последние при сравнительном исследовании двух или нескольких фотографических изображений лица человека.

Приведем для иллюстрации конкретный пример исследования по данной методике.

Расчет частоты встречаемости и идентификационной значимости признаков осуществляется с использованием аппарата теории вероятностей. Непосредственно объектами исследования являются абсолютные и относительные размеры между основными антропометрическими точками, которые выделяются на исследуемых фотоизображениях (анфас и правый профиль). При проведении данной экспертизы решается вопрос: одно или разные лица изображены на представленных фотоснимках?

После изучения фотоснимков с помощью альбома ракурсов производится отнесение положения объекта на фотоснимке к одному из ракурсов, которому соответствует определенная величина линейных искажений в горизонтальной и вертикальной плоскостях. Далее на изображениях выделяют отрезки между характерными анатомическими точками и определяют следующие расчетные значения: среднеарифметическое отклонение $\bar{\lambda}$, допустимый разброс $\Delta\lambda$ и максимальный разброс λ_{max} исследуемой величины.

Например, если в результате расчетов было установлено, что для исследуемых снимков допустимый разброс равен 0,241, а максимальный разброс полученных значений для анализируемых отрезков равен 0,138, это дает основания утверждать, что на исследуемых фотоснимках изображено одно и то же лицо.

Практика применения данного метода показала, что при исследовании изображений разных лиц фактический разброс λ намного выше допустимого расчетного для исследуемых изображений.

3.5. Использование математических методов в почерковедческой экспертизе

Почерк человека так же, как и следы рук, является индивидуальным и формируется в течение продолжительного периода времени. Идентификация по почерку представляет достаточно сложную задачу, и единственно реальной возможностью решения данной задачи является применение математических методов исследования. Решение этой задачи сводится к установлению объективных критериев оценки значимости признаков при проведении идентификационных исследований и значимости — при решении неидентификационных задач.

Математические методы исследования почерка условно разделяют на вероятностно-статистические, измерительно-статистические.

Вероятностно-статистические методы основаны на положении о случайном происхождении признаков почерка и достаточно полно освещены в специальной литературе. В настоящее время применяется методика, с помощью которой определяется частота встречаемости признаков и вероятность их появления в почерке любого человека, владеющего русской письменностью. Количественный показатель вероятности можно использовать в качестве критерия оценки идентификационной значимости признака. На этой основе разработаны таблицы идентификационной значимости частных признаков и рекомендации по применению в экспертной практике установленных количественных показателей.

Измерительно-статистические методы включают *метод графического усреднения*. Путем случайного отбора из выборки определенной величины выбирают и фотографируют 20-25 определенных букв, начертание которых изучается. Затем на лист бумаги произвольно наносят две хорошо различимые точки. Далее с помощью фотоувеличителя либо сканера на лист проецируют негативное изображение данной буквы. Изображение увеличивают (уменьшают) до полного совпадения заданных на листе точек с точками нормирования, выделенными в заданной букве. Изображение буквы обводят либо фиксируют в оперативной памяти компьютера, после чего процедура повторяется.

Метод парного усреднения состоит в том, что исследуемые буквы произвольно группируют парами и совмещают по описанным правилам. Поскольку два полностью совпадающих знака ни один человек выполнить не может, штрихи букв совмещаются частично. По площади штрихов выводят усредненное начертание знаков. Такую же операцию выполняют со всеми парами. Усредненные знаки вновь группируют попарно, и процесс повторяется до тех пор, пока не будет получен итоговый усредненный знак. Способ парного усреднения более трудоемок по сравнению с предыдущим. Однако данный метод характеризуется большей точностью результатов.

Широко применяется *метод прямого фотографического усреднения* одноименных буквенных знаков путем их последовательного фотографирования на одну фотопластинку. Нормирование производится по размеру и продольной оси эталона, которым служит один из исследуемых знаков. В отличие от метода графического усреднения данный метод позволяет усреднять ограниченное количество знаков. С другой стороны, он менее трудоемок и свободен от субъективных погрешностей, неизбежных при обводке букв.

Метод оптического распознавания текста и его элементов основан на вводе в память компьютера информации о свободных и экспериментальных образцах определенных букв, выраженной в виде последовательности количественных признаков. Такими признаками являются параметры высоты и ширины букв, которые откладываются по оси ординат и абсцисс соответственно. Однако ограничиваться двумя признаками при решении данной задачи нельзя, поскольку они не являются индивидуализирующими.

Исследование письменных знаков может производиться путем их наложения при помощи графических редакторов с автоматическим нормированием знаков по размеру и положению друг относительно друга. Совместив таким образом знаки, машина просчитывает расстояние между их одноименными элементами. Результаты выдаются в абсолютных числах, которые рассматриваются как мера сходства (различия) сравниваемых объектов.

Кодирование письменных знаков производится различными способами, включающими кодирование с помощью прямоугольной и полярной системы координат, а также кодирование с помощью координатной сетки. Указанные способы кодирования информации поддаются автоматизации и обработке при помощи компьютерной техники.

Литература

1. *Завизист Н. В.* Применение угловых измерений признаков лица в портретно-криминалистической экспертизе.

2. Использование математических методов в криминалистических экспертных исследованиях / Под ред. Г. Л. Грановского. Волгоград, 1981.

3. Криминалистическая экспертиза: Курс лекций. Вып. 1: Трасологическая экспертиза / Под ред. Б. П. Смагоринского. Волгоград, 1996.

4. *Полевой Н. С.* Аналитический метод идентификации личности по фотоизображениям // Правовая кибернетика. М., 1970.

5. *Полевой Н. С.* Применение математического аппарата и ЭВМ для расчета количественных характеристик, используемых для решения криминалистических задач (на примере аналитического метода идентификации личности по фотоизображениям). М., 1989.

6. *Селиванов Н. А.* Математические методы в собирании и исследовании доказательств. М., 1974.

7. *Щербатов В. Ф., Коимшиди Г. Ф., Рогозин Ю. С.* Использование фотографических измерительных методов в следственной и экспертной практике. Волгоград, 1983.

С О Д Е Р Ж А Н И Е

Введение 3

Л Е К Ц И Я 1

Правовые и организационно-методические основы использования математических методов в криминалистической экспертизе 4

1. Общие положения по использованию математических методов в криминалистике 4
2. История применения математических методов в криминалистической деятельности 7
3. Правовые основы использования математических методов в экспертной практике 10
4. Виды и система математических методов, применяемых в криминалистической экспертизе 13
5. Задачи, решаемые математическими методами в криминалистической экспертизе 20

Л Е К Ц И Я 2

Основные положения математического анализа. Элементарные функции и графики 25

1. Описание функциональной зависимости 26
   1.1. Понятие функции 26
   1.2. Способы задания функции 27
   1.3. Элементарные функции и их графики 31
2. Понятие скорости изменения функции 40
3. Предел функции. Бесконечно малые и бесконечно большие величины 42
4. Понятие производной 44

Л Е К Ц И Я 3

Геометрические методы в криминалистической экспертизе 49

1. Геометрические методы. Разделы геометрии и их применение в различных отраслях экспертной деятельности 49
2. Применение геометрических методов для измерений в криминалистике.... 55
   2.1. Применение геометрических методов при определении высот 55
   2.2. Применение геометрических методов при установлении ширины клинка холодного оружия........................ 59
   2.3. Применение геометрических методов при определении колеи и базы автомобиля по следам поворота 61
3. Применение геометрических методов в измерительной фотографии 64
   3.1. Основные положения теории перспективы 65
   3.2. Понятия теории перспективы, используемые в измерительной фотографии 67
   3.3. Получение количественной информации методами измерительной фотографии 70
4. Применение геометрических методов в стерео- и монофотограмметрических комплексах фиксации обстановки места происшествия 75

Л Е К Ц И Я 4
Вероятностно-статистические методы в криминалистической экспертизе 79
1. Введение в теорию вероятностей …………………………………………… 79
2. Случайные величины и их числовые характеристики ……………………… 83
3. Понятие корреляционной зависимости и использование
коэффициента корреляции ……………………………………………………… 89
4. Вероятностные оценки ошибок ………………………………………………… 90
5. Выявление и исключение промахов из серии измерений …………………… 92
6. Математическая обработка результатов измерений ………………………… 94
7. Основы планирования экспериментов ………………………………………… 96

Л Е К Ц И Я 5
Применение математических методов при проведении экспертных исследований: трасологических, баллистических, дактилоскопических, портретных, почерковедческих …………………… 100
1. Криминалистические алгоритмы.
Их виды и основные свойства ………………………………………………… 101
2. Направления применения математических методов
в решении экспертных задач …………………………………………………… 103
3. Особенности применения математических методов
при проведении экспертных исследований ……………………………………… 105
3.1. Использование математических методов
в трасологической экспертизе …………………………………………… 105
3.2. Использование математических методов
в баллистической экспертизе …………………………………………… 107
3.3. Использование математических методов
при проведении дактилоскопической экспертизы ……………………… 112
3.4. Использование математических методов в портретной экспертизе ... 113
3.5. Использование математических методов
в почерковедческой экспертизе …………………………………………… 120

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ В КРИМИНАЛИСТИЧЕСКОЙ ЭКСПЕРТИЗЕ

Курс лекций

Редактор *А. А. Тихонов*
Технический редактор *Е. Н. Полоскова*
Корректор *С. Н. Ненькина*
Компьютерная верстка *Н. А. Доненко*

Волгоградская академия МВД России.
Редакционно-издательский отдел.
400089, Волгоград, ул. Историческая, 130.

Подписано в печать 17.12.2004. Формат 60x84/16. Бумага офсетная. Гарнитура Ариал.
Печать офсетная. Физ. печ. л. 7,75. Усл. печ. л. 7,21. Уч.- изд. л. 7,9. Тираж 400. Заказ № 24.

ООП ВА МВД России. 400131, Волгоград, ул. Коммунистическая, 36.